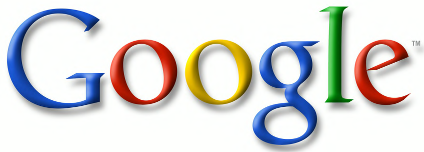
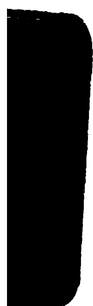
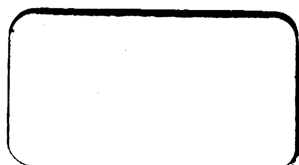








PWX
Prestel

Crystallography

Anleitung zur perspectivischen Entwerfung der Krystallformen.

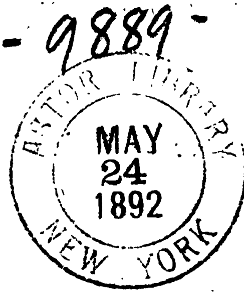
Für Mineralogen.

Von

M. A. F. Prestel.

Mit 7 Tafeln in Steindruck.

Göttingen
bei Vandenhoeck und Ruprecht.
1832.



Il faut de l'exercice et une certaine sagacité pour assortir la construction de problèmes et la méthode de les résoudre à un sujet tout particulier, où la nature se montre si riche en produits d'une géométrie qui n'est qu'à elle.

Hauy Tr. de Cr. I. p. IV.

Dem

Herrn

Joh. Friedr. Ludwig Hausmann

Ritter des Guelphen-Ordens,
Königl. Großbritannisch-Hannoverschem Hofrathe,
ordentlichem Professor an der G. A. Universität
und Mitgliede der Königl. Societät der Wissenschaften
zu Göttingen,

seinem hochverdienten Lehrer,

als schwachen Beweis

der innigsten Dankbarkeit und Verehrung

gewidmet

von

dem Verfasser.

Vorwort.

Die zur perspectivisch-richtigen Entwerfung der Krystallbilder erforderlichen Regeln sind bei weitem noch nicht so bekannt, als sie es wegen ihres Einflusses auf die Fortschritte der Krystallographie und Mineralogie zu sein verdienen. Der Zweck dieses Schriftchens ist, sowohl zur weitern Verbreitung derselben beizutragen, als auch den Anfänger in der Mineralogie, dem es besonders zu empfehlen sein dürfte, Krystallbilder zu entwerfen, damit bekannt zu machen. Kein Krystall kann ohne genaue Kenntniß seiner Elemente entworfen werden, der Anfänger wird daher, wenn er sich damit beschäftigt, zu einer genauern Untersuchung des mathematischen Zusammenhanges der Elemente der Krystalle geführt. Da in einigen neuern, ausführlichern Werken über Krystallkunde Anweisungen zur Ent-

werfung krystallographischer Zeichnungen gegeben sind, so könnte dieses Unternehmen als überflüssig erscheinen. Berücksichtigt man aber, daß diese sich selten in den Händen der Anfänger befinden; und wenn auch dieses der Fall sein sollte, doch nur von der geringern Zahl derselben, theils wegen nicht gehöriger Kenntniß der descriptiven Geometrie, theils wegen so vieler, den Verfassern eigenthümlicher, krystallographischer Bezeichnungen und Benennungen, verstanden werden können: so kann eine mehr populäre Darstellung der Regeln zur Zeichnung von Krystallbildern nicht ganz zwecklos erscheinen. Bei den leider immer zahlreicher werdenden, zum Theil gänzlich von einander verschiedenen Methoden, die Krystallkunde zu behandeln und die Krystallformen zu bezeichnen, möchte es eine schwierige Aufgabe sein, einen dieselbe betreffenden Gegenstand allgemein verständlich abzufassen. Der Theil der angewandten Krystallographie, welcher den Gegenstand vorliegender Abhandlung ausmacht, ist aber diesem mißlichen Umstande nicht durchaus unterworfen. Die allgemeinen Regeln für die perspectivische Projection der Krystallformen können und müssen, ihrer Natur nach, unabhängig von aller krystallographischen Nomenclatur und Bezeichnung aufgestellt werden, bevor man die Anwendung derselben auf Entwerfung der Krystallbilder zeigt. Hat man sich mit ihnen bekannt gemacht, so wird man dadurch gewissermaßen

ßen schon, wenn man die Krystallformen für sich, und in ihrem Verhältniß zu einander kennt, im Stande sein, die Bilder derselben zu entwerfen.

Was die hier gegebene Darstellung der perspectivischen Regeln betrifft, so ist dieselbe durchgängig synthetisch-geometrisch, obgleich sie auch, indem man die Projectionslehre der darstellenden Geometrie (Géométrie descriptive) darauf in Anwendung bringt, einer sehr eleganten analytisch-geometrischen Darstellung fähig ist. Der Zeichner kann aber jedenfalls ohne Anwendung des Calculs auf Perspective fertig werden; denn da er überhaupt eine bloße Zeichnung bezweckt, so ist ohne Widerrede das rein geometrische Verfahren dasjenige, welches nicht bloß die einfachsten und nettesten Constructionen, sondern diese auch in den meisten Fällen auf dem kürzesten Wege liefert, und in sofern dem analytischen vorzuziehen. Dieses ist auch Lambert's Meinung (s. Briefwechsel Band IV. S. 324.) in seinem Schreiben an Karsten über Perspective.

Im zweiten Abschnitte, wo das Verfahren, welches man anwendet, um Krystallbilder zu entwerfen, an Beispielen gezeigt ist, bin ich vorzugsweise der, dem Herrn Hofrath Hausmann eigenthümlichen, von demselben in dem „Handbuche der Mineralogie. 1. Theil. 2. Ausg. Göttingen 1828.", so wie in den „Untersuchun-

gen über die Formen der leblosen Natur. 1. Band. Göttingen 1821.“, aufgestellten krystallographischen Methode gefolgt. Außerdem sind, um hier allgemeiner verstanden zu werden, den gebrauchten krystallographischen Benennungen die Synonyme von Weiß, Mohs und Naumann, den Koryphäen der deutschen Krystallographen, beigefügt.

Zum Schluß bemerke ich über die Litteratur des hier abgehandelten Gegenstandes Folgendes: Hauy und nach ihm Brooke und Naumann sahen die Lehre von der Zeichnung der Krystallbilder als einen Theil der angewandten Krystallographie an, und fügten ihn ihren ausführlichern Werken über Krystallkunde bei. Die hierher gehörigen Werke sind:

Hauy Traité de Cristallographie. 2 Voll. Paris 1822. Voll. II. p. 383 ff.

J. Brooke A Familiar Introduction to Cristallography. Lond. 1823.

C. F. Naumann Lehrbuch der Krystallographie. 2 Bände. Leipzig 1830. Band 2. S. 390 ff.

Außerdem findet man eine hierher gehörige Abhandlung in Poggendorf's Annalen der Physik, 5. Band, 4. Stück, S. 507. von Haidinger, mit der Ueberschrift: „Darstellung des Verfahrens, welches in dem Grundrisse der Mineralogie vom Prof. Mohs befolgt worden ist, um Krystalle in

richtiger Perspective zu zeichnen." Dieses ist eine Uebersetzung der Arbeit von Haidinger, welche sich in den Mem. of the Wern. Hist. Society findet.

Wenzel Jamitzer gab 1568 ein Werk unter dem Titel heraus: „Perspectiva corporum regularium. d. i. Ein fleyssige Fürweysung, wie die Fünff Regulirten Cörper, davon Plato im Timaeo und Euclides in seinen Elementis schreibt, durch einen sonderlichen, newen, behenden und gerechten weg, der vor nie im Gebrauch ist gesehen worden, in Perspektiva gebracht, Und darzu eine schöne Anleytung, wie auß denselbigen Fünff Cörpern ohn Endt, gar viel andere Cörper, mancherley Art und Gestalt, gemacht und gefunden werden mögen ꝛc." Auf dieses Werk wurde ich durch die Erwähnung desselben, in den Nachträgen zu dem AbcBuche der Krystallkunde von C. v. Raumer, Berlin 1821. S. 8. aufmerksam. Herr Prof. von Raumer vermuthete, daß Jamitzer viele Gestalten dargestellt habe, welche erst später als Krystallformen in der Natur aufgefunden seien, und ich glaubte darin eine Anweisung zur perspectivischen Zeichnung der Körper zu finden. Letzteres war aber gar nicht und Ersteres nur zum Theil der Fall. Man muß sich mit den Abbildungen allein begnügen, von welchen, außer den fünf regulären Körpern und einigen andern

Figuren, welche als Zusammensetzungen von verwachsenen und durchwachsenen Krystallen angesehen werden können, die übrigen nichts weniger als Krystallgestalten sind.

Die graphische Methode von Neumann (s. Beiträge zur Crystallonomie, 1. Heft. Berlin 1823.) gehört nicht hierher, da sie keine Bilder der Krystallformen, sondern nur eine Uebersicht der Zonenverhältnisse gibt.

Göttingen im Juli 1833.

M. A. F. Prestel.

Anleitung

zur

perspectivischen Entwerfung der Krystallformen.

Einleitung.

§. 1.

Die Gestalt der Individuen der anorganischen Natur ist für die Mineralogie ein nicht minder wichtiges Merkmal, als die Gestalt der Thiere und Pflanzen für die Zoologie und Phytologie. Ohne genauere Kenntniß derselben ist, nach dem jetzigen Zustande der Mineralogie, specielle Kenntniß der Mineralkörper nicht möglich, indem in vielen Fällen die Substanzen (Mineralspecies) ohne sie nicht mit Sicherheit bestimmt, und manche derselben nur durch Kenntniß der subtilern morphologischen Eigenthümlichkeiten von einander unterschieden werden können. Die Kenntniß dieser Gestalten und ihrer gegenseitigen Verhältnisse, ist daher für Jeden, welcher sich mit dem Studium der Mineralogie beschäftigt, vom größten Belange, und die bildliche und körperliche Darstellung dieser Gestalten, als Hülfsmittel zur Erleichterung des Studiums derselben, eine wesentliche Aufgabe der Krystallkunde.

Obschon körperliche Darstellungen dieser Gestalten durch gut gearbeitete Modelle bei weitem mehr dazu geeignet sind, eine deutliche Vorstellung derselben zu

geben, als Zeichnungen, auch wenn diese möglichst vollkommen ausgeführt werden sollten; so werden letztere doch in den meisten Fällen dieselben ersetzen müssen, und seit Romé de L'Isle hat man sich derselben hierzu auf eine mehr oder minder angemessene Weise bedient. Die im Bereiche der Mineralogie von den Krystallographen gemachten Entdeckungen können durch solche auf eine leichte und sichere Art zur allgemeinern Kenntniß gebracht werden. Sind sie den Anforderungen entsprechend entworfen, so können sie in vielen Fällen schon für sich allein Nutzen gewähren. Die krystallographischen Zeichnungen Hauy's sind von Vielen, welche seiner krystallographischen Methode ihren Beifall nicht geben konnten, dessen ungeachtet studirt und benutzt worden.

§. 2.

Die Zeichnung einer Krystallform muß Alles enthalten, was sich auf die Gesammtform derselben bezieht; denn nur wenn dieses der Fall ist, vermag sie eine deutliche Vorstellung von derselben zu geben. Dann ist ferner noch erforderlich, daß sie:

1) perspectivisch richtig und der durch sie dargestellten Krystallgestalt entsprechend,
2) möglichst deutlich gezeichnet sei.

Was die perspectivische Richtigkeit betrifft, so muß die Lage der Flächen und Kanten, wie die Zeichnung sie darstellt, beziehungsweise der Lage derselben an den abgebildeten Krystallen genau entsprechen, und an ihr der Parallelismus derjenigen Kanten, die an den Krystallen untereinander parallel sind, leicht bemerkt werden können.

Allen diesen Anforderungen würde durch eine nach den Regeln der eigentlichen Linearperspective entworfene Zeichnung eines Krystalls allerdings Genüge geleistet; allein aus Gründen, von denen weiter unten die Rede sein wird, hat man nicht sie, sondern die sogenannte orthographische Projection dazu in Anwendung gebracht.

In Beziehung auf die Deutlichkeit ist zu bemerken, daß dieselbe erhöht wird:

a) Wenn sämmtliche am Krystalle vorkommenden Kanten in der Zeichnung dargestellt sind; die sichtbaren sowohl, als die auf der vom Auge abgekehrten Seite liegenden, demselben sich also entziehenden [1];

b) indem man die Zeichnung unter Voraussetzung einer günstigen Beleuchtung schattirt [2];

c) durch angemessene Wahl der gegenseitigen Lage des Auges und der Krystallgestalt gegen die Projectionsebene;

---

1) Dieses Mittel, die Deutlichkeit der Krystallzeichnungen zu erhöhen, hat besonders Hauy in Aufnahme gebracht. Seine Krystallzeichnungen können überhaupt als Muster aufgestellt werden. Bei weitem die Mehrzahl der Figuren zur ersten Ausgabe seines „Traité de Minéralogie. Paris 1801." zeichnen sich sowohl durch Genauigkeit als Eleganz aus.

2) Romé de L'Isle, welcher die ersten genauern Zeichnungen von Krystalle anfertigte, wandte dieses Mittel an, die Zeichnungen der Krystallformen deutlicher erscheinen zu lassen (S. dessen Cristallographie, ou déscription des formes propres à tous les corps du règne minéral par M. de Romé de L'Isle. 2de Edit. Par. 1793. 4 Vol.); er hat aber hierin keinen besondern Beifall gefunden.

geben, als Zeichnungen, auch wenn diese möglichst vollkommen ausgeführt werden sollten; so werden letztere doch in den meisten Fällen dieselben ersetzen müssen, und seit Romé de L'Isle hat man sich derselben hierzu auf eine mehr oder minder angemessene Weise bedient. Die im Bereiche der Mineralogie von den Krystallographen gemachten Entdeckungen können durch solche auf eine leichte und sichere Art zur allgemeinern Kenntniß gebracht werden. Sind sie den Anforderungen entsprechend entworfen, so können sie in vielen Fällen schon für sich allein Nutzen gewähren. Die krystallographischen Zeichnungen Hauy's sind von Vielen, welche seiner krystallographischen Methode ihren Beifall nicht geben konnten, dessen ungeachtet studirt und benutzt worden.

§. 2.

Die Zeichnung einer Krystallform muß Alles enthalten, was sich auf die Gesammtform derselben bezieht; denn nur wenn dieses der Fall ist, vermag sie eine deutliche Vorstellung von derselben zu geben. Dann ist ferner noch erforderlich, daß sie:

1) perspectivisch richtig und der durch sie dargestellten Krystallgestalt entsprechend,
2) möglichst deutlich gezeichnet sei.

Was die perspectivische Richtigkeit betrifft, so muß die Lage der Flächen und Kanten, wie die Zeichnung sie darstellt, beziehungsweise der Lage derselben an den abgebildeten Krystallen genau entsprechen, und an ihr der Parallelismus derjenigen Kanten, die an den Krystallen untereinander parallel sind, leicht bemerkt werden können.

Allen diesen Anforderungen würde durch eine nach den Regeln der eigentlichen Linearperspective entworfene Zeichnung eines Krystalls allerdings Genüge geleistet; allein aus Gründen, von denen weiter unten die Rede sein wird, hat man nicht sie, sondern die sogenannte orthographische Projection dazu in Anwendung gebracht.

In Beziehung auf die Deutlichkeit ist zu bemerken, daß dieselbe erhöht wird:

a) Wenn sämmtliche am Krystalle vorkommenden Kanten in der Zeichnung dargestellt sind; die sichtbaren sowohl, als die auf der vom Auge abgekehrten Seite liegenden, demselben sich also entziehenden [1];
b) indem man die Zeichnung unter Voraussetzung einer günstigen Beleuchtung schattirt [2];
c) durch angemessene Wahl der gegenseitigen Lage des Auges und der Krystallgestalt gegen die Projectionsebene;

---

1) Dieses Mittel, die Deutlichkeit der Krystallzeichnungen zu erhöhen, hat besonders Hauy in Aufnahme gebracht. Seine Krystallzeichnungen können überhaupt als Muster aufgestellt werden. Bei weitem die Mehrzahl der Figuren zur ersten Ausgabe seines „Traité de Minéralogie. Paris 1801.“ zeichnen sich sowohl durch Genauigkeit als Eleganz aus.

2) Romé de L'Isle, welcher die ersten genauern Zeichnungen von Krystalle anfertigte, wandte dieses Mittel an, die Zeichnungen der Krystallformen deutlicher erscheinen zu lassen (S. dessen Cristallographie, ou déscription des formes propres à tous les corps du règne minéral par M. de Romé de L'Isle. 2de Edit. Par. 1793. 4 Vol.); er hat aber hierin keinen besondern Beifall gefunden.

d) wenn dieselbe Krystallform von verschiedenen Seiten, oder was gleichviel ist, in verschiedenen Stellungen gegen die Projectionsfläche entworfen wird.

Erster Abschnitt.

Von der orthographischen Projection im Allgemeinen.

Einleitung.

§. 3.

Betrachtet man von einem gewissen Standpuncte aus durch eine durchsichtige Fläche einen Gegenstand, denkt man sich alsdann die Fläche als undurchsichtig, und die Umrisse des Gegenstandes so auf derselben abgebildet, wie er dem Auge durch dieselbe erscheint, d. h. die Linien, welche die Flächen des Körpers begrenzen, auf derselben gegen einander in der Lage, welche dem Scheine nach mit der in der Natur übereinstimmt, so hat man das Bild des Gegenstandes auf derselben.

Es befinde sich in dem Punkte A (Fig. 1.) das Auge des Beobachters, NOPQ sei der betrachtete Gegenstand und BCDE die durchsichtige Fläche. Denkt man sich von dem Auge in A, nach allen Punkten des Gegenstandes grade Linien gezogen, so bilden diese eine

Strahlenpyramide, deren Spitze das Auge, deren Grundfläche der Gegenstand NOPQ ist. Wird die Strahlenpyramide NOPQA von der Ebene BCDE geschnitten, so entsteht auf letzterer die Durchschnittsfigur nopq. Diese Figur wird, den Gesetzen der Optik zufolge, dem Auge so erscheinen, wie das Object NOPQ. Denkt man sich die Fläche BCDE als undurchsichtig, und die Figur nopq als auf derselben gezeichnet, so wird sie das Bild des Gegenstandes sein. Befindet sich das Auge, die Bildfläche und der abgebildete Gegenstand in richtiger Lage und Entfernung von einander, so deckt das Bild, vorausgesetzt, daß es richtig gezeichnet ist, den Gegenstand.

Die Regeln für eine solche Darstellung von einem Gegenstande auf einer Fläche enthält die Linearperspective. Die Tafel, auf welcher das Bild entworfen ist, heißt die Projections- oder Entwerfungsebene, und das Bild die perspectivische Projection.

§. 4.

Die Erscheinungsweise des Bildes eines Gegenstandes ist daher abhängig:

1) von der Beschaffenheit der Projectionsfläche;
2) von der Stellung des Auges gegen die Projectionsfläche und den Gegenstand;
3) von der Entfernung des Gegenstandes von der Projectionsfläche;
4) von der Lage der Projectionsfläche in Beziehung auf den Gegenstand.

Diese Größen und ihre gegenseitige Lage müssen so bestimmt werden, daß nicht allein das Bild seinem

Zwecke entspricht, sondern auch möglichst leicht entworfen werden kann. Hier kann zuvörderst nur die Beschaffenheit der Projectionsfläche bestimmt werden. Ist im Folgenden von ihr die Rede, so denke man sie sich als eine ebene Fläche.

§. 5.

Entfernt sich das Auge von der Projectionsebene, so werden die von den einzelnen Punkten des Gegenstandes nach denselben gehenden Gesichtsstrahlen sich immer mehr dem Parallelismus nähern. Denkt man sich das Auge in einer unendlich großen Entfernung vom Gegenstande befindlich, so kann man die Gesichtsstrahlen als unter einander parallel betrachten. Das auf der Tafel entstehende Bild führt alsdann den Namen einer orthographischen Projection.

§. 6.

Die orthographische Projection eines Gegenstandes wird wegen der hypothetischen Voraussetzung, daß die Entfernung des Auges vom Gegenstande unendlich sei, nicht völlig natürlich erscheinen. Allein hierauf kommt es bei dem Bilde eines Krystalls wenig an, wenn das Bild nur deutlich erscheint, und die Gestalt, die relative Lage der einzelnen Theile, so wie der Parallelismus der Kanten leicht zu erkennen ist. Diesen Anforderungen wird eine orthographische Projection mehr als eine Zeichnung, welche nach den Regeln der eigentlichen Linearperspective entworfen ist, entsprechen, weil bei jener alle Verkürzungen und Schmälerungen wegfallen, die bei einer nach den Regeln der Linearperspective gezeichneten Figur unvermeidlich sind.

Theorie der orthographischen Projection.

§. 7.

Da bei der orthographischen Projection die Gesichtsstrahlen wegen der unendlichen Entfernung des Auges durchgängig als parallel gedacht werden, so ist es gleichgültig, in welcher Entfernung der Gegenstand von der Projectionsebene angenommen wird. Um das Bild irgend eines Gegenstandes auf dieser Ebene richtig darstellen zu können, ist erforderlich:

1) daß die Lage des Auges gegen das Object und die Projectionsebene, oder kürzer, die Lage der Gesichtslinien gegen die Tafel, und
2) die Lage des Gegenstandes in Beziehung auf die Projectionsfläche genau bestimmt seien.

Die Lage der Gesichtsstrahlen gegen die Projectionsfläche ist, da alle einander parallel sind, bestimmt, sobald die Lage eines derselben bestimmt ist. Dieses geschieht durch Bestimmung der Abweichung des Gesichtsstrahls von einer auf der Projectionsfläche senkrechten Ebene und die Angabe der Höhe des Auges auf folgende Weise. Ist BCDE (Fig. 4.) die Projectionsebene und AG ein Gesichtsstrahl, so ziehe man auf der Tafel eine wagerechte Linie DE, welche der Horizont heißen mag, lege durch den Gesichtsstrahl eine verticale Ebene, deren Durchschnitt mit der Tafel die Verticallinie GH vorstelle. Von dem Punkte H, in welchem die Durchschnittslinie GH den Horizont DE schneidet, ziehe man in der durch AG gelegten Ebene, rechtwinklig gegen GH die Linie AH, und von A aus rechtwinklich gegen die Linie DE die Linie AF, so wird der horizontale Winkel HAF die Abwei-

chung des Gesichtsstrahls, von einer auf der Tafel senkrechten Ebene, und der Verticalwinkel HAG die Höhe des Auges genannt. Da das Auge in unendlicher Entfernung von der Tafel gedacht wird, so kann die Lage desselben, wie schon bemerkt, nur durch solche Winkel bestimmt werden. Den Punct F wollen wir im Folgenden den Mittelpunkt der Projectionsebene nennen. Horizont und Mittelpunct können auf der Tafel beliebig gewählt werden. Zieht man auf der Tafel durch F, rechtwinklig gegen DE die Linie FF′ und trägt auf ihr die Entfernung FP = FA ab, so heißt P der erste und G der zweite Hülfspunkt der Tafel.

§. 8.

Die Winkel, welche wir die Abweichung und Höhe des Auges genannt haben, können alle Werthe von 0° bis 90° erhalten. Da aber ein Gegenstand dem Auge, wenn dieses seine bisherige Lage gegen ihn ändert, immer anders erscheint, so folgt, daß die bildliche Darstellung eines Gegenstandes nach den Regeln der orthographischen Projection, sich sehr verschieden gestalten kann.

Wird die Abweichung des Auges = 0° gesetzt, so liegen die Gesichtsstrahlen in verticalen Ebenen, welche auf der Projectionsfläche rechtwinklig stehen; wird die Höhe des Auges nun gleichfalls = 0° gesetzt, so wird das Bild ein geometrischer Aufriß. Wächst die Höhe des Auges, so wird die Projection eine andere Gestalt annehmen. Je höher man den Stand des Auges annimmt, desto mehr wird man von dem obern Theile des Gegenstandes zu sehen bekommen. Wird die Augenhöhe größer als 45°, so werden die den Gegenstand

oben begränzenden Flächen bei weitem mehr als die Seitenflächen wahrgenommen, aber die Bilder auf der Projectionsfläche werden so verzerrt erscheinen, daß sie nicht die geringste Aehnlichkeit mit dem Gegenstande haben; deshalb nimmt man in diesem Falle, statt der bisherigen verticalen Projectionsfläche, eine neue, horizontale, also gegen die bisher angenommene rechtwinklig stehende, an, um darauf das Bild, so wie es jetzt erscheint, zu entwerfen. Wird endlich die Augenhöhe = 90° angenommen, so wird das Bild, vorausgesetzt daß die Abweichung noch immer = 0° ist, der geometrische Grundriß des Gegenstandes genannt.

Wird die Augenhöhe = 0° angenommen, so läßt sich eben so leicht folgern, wie sich die Gestalt des Bildes verändern wird, wenn sich die Abweichung des Auges verändert.

§. 9.

Den geometrischen Auf- und Grundriß kann man sich auch dadurch erzeugt denken, daß man von allen Eckpunkten eines Körpers unter einander parallele Linien rechtwinklig auf eine Ebene gezogen, und deren Durchschnittspunkte mit derselben durch Linien verbunden hat. Es sei zwischen den beiden Ebenen KL und LM (Fig. 2.), von denen die eine wagerecht, die andere lothrecht sein mag, der Würfel ABCDEFGH befindlich, die Grundfläche desselben sei mit der Ebene KL, und die Seitenfläche DH mit der Ebene LM parallel. Zieht man auf die Ebene KL die Linien Aa, Bb, Cc, Dd, und aus C, D, F, H rechtwinklig gegen die Ebene LM die Linien Dd′, Cc′, Ff′, Hh′ und verbindet man alsdann die Punkte a, b, c, d und d′, c′, f′, h′ durch grade

Linien, so ist abcd der geometrische Grundriß und c'd'f'h' der geometrische Aufriß.

Die Gestalt des Grund- und Aufrisses wird sich mit der Lage des Körpers ändern. So habe der Würfel AG (Fig. 3.), zwischen den beiden Ebenen KL und LM eine solche Stellung, daß eine der Linien, welche zwei gegenüberstehende Ecken verbindet, vertical sei. Die Horizontal- und Verticalprojection desselben, welche hier gleichfalls gefunden wird, wenn man von jedem Eckpunkte desselben A, B, C, D u. s. w. winkelrechte Linien auf die Projectionsebenen zieht und die Fußpunkte derselben b, c, d, h, e, f und a', d', c', g', f', e' durch grade Linien vereinigt, gibt eine ganz andere Figur wie im vorigen Falle.

§. 10.

Haben Höhe und Abweichung des Auges Werthe, welche sich zwischen 0° und 90° befinden, so schneiden, wie schon bemerkt, die Gesichtsstrahlen die Projectionsfläche schiefwinklig, und das Bild erhält man, wenn man die Durchschnittspunkte durch grade Linien verbindet. Die Lage dieser Durchschnittspunkte auf der Projectionsfläche möglichst leicht zu finden, wird den Gegenstand der folgenden Untersuchung ausmachen.

Allgemeine Sätze über die Lage und Größe der Projection von Linien und Flächen.

§. 11.

a) Alle Linien eines Gegenstandes, welche mit dem Horizonte der Projectionsflä-

che parallel sind, bleiben auch im Bilde mit ihr geometrisch parallel.

b) Die Linien eines Gegenstandes, welche eine verticale Lage haben, sind auch im Bilde vertical.

c) Sind Linien an einem Gegenstande unter einander parallel, so sind sie es auch in seinem Bilde.

d) Die Bilder aller Linien, welche auf Flächen liegen, die der Tafel parallel sind, haben gleiche Größe mit den abgebildeten Linien.

e) Die Bilder der Figuren, welche in Flächen liegen, die der Tafel parallel sind, congruiren mit den Figuren, deren Projectionen sie vorstellen.

Die Projection eines hinter der verticalen Projectionsfläche befindlichen Körpers wird auf derselben durch die Durchschnittspunkte der unter einander parallelen Gesichtsstrahlen, welche man sich von allen Punkten der Oberfläche dieses Körpers gezogen denkt, bestimmt. Die Gesichtsstrahlen, welche von jeder Fläche des Körpers kommen, bilden folglich Prismen, deren eine Grundfläche eine Fläche des Körpers ist; denkt man sich diese Prismen von der Projectionsfläche geschnitten, so werden die Durchschnittsfiguren die Projectionen der Flächen sein, welche die Grundfläche dieser Prismen sind, und die Durchschnittslinien der Seitenfläche dieser Prismen mit den Projectionsflächen sind die Seitenkanten des Körpers. Sind daher Linien dieser Grundflächen unter einander parallel, so müssen auch die Bilder der-

selben, bekannten Lehrsätzen der Stereometrie zufolge, parallel sein; sind sie vertical, so werden es auch die Bilder auf der Projectionsfläche sein müssen.

Aus dem Satze der Stereometrie, daß, wenn ein Prisma von zwei parallelen Ebenen geschnitten wird, die Durchschnittsfiguren einander gleich sind, folgern wir ferner, daß, wenn Linien eine der Projectionsfläche parallele Lage haben, ihre Bilder ihnen geometrisch gleich seyn und folglich auch die Bilder der Flächen, welche mit der Tafel parallel sind, mit diesen congruiren müssen.

§. 12.

f) Steht eine Linie rechtwinklig gegen die Projectionsfläche, so ist ihr Bild mit einer Linie parallel, welche man aus dem Mittelpunkte nach dem zweiten Hülfspunkte gezogen hat.

Von dem in der wagerechten, gegen die verticale Projectionsfläche also rechtwinklig stehenden, Ebene LM liegenden Punkte K (Fig. 4.), ziehe man die Linie KN parallel mit AH, und verlängere sie bis an die Durchschnittslinie der wagerechten Ebene mit der Projectionsfläche BC. In der Tafel ziehe man durch den Punkt N rechtwinklig gegen BC die Linie Nk', so ist die durch KN und Nk gelegte Ebene mit der durch den Gesichtsstrahl AG gelegten Verticalebene parallel. Zieht man ferner die Linie Kk mit AG parallel, so wird die Linie Nk' im Punkte k geschnitten, und das Dreieck kKN wird dem Dreieck HAG ähnlich sein. Der Punkt k wird aber das Bild von K sein, weil es der Durchschnittspunkt der durch K mit dem

Gesichtsstrahl AG parallel gezogenen Linie mit der Tafel ist. Zieht man ferner KI senkrecht gegen BC, so ist KI der Linie AF parallel, und die Dreiecke FHA und IKN sind einander ähnlich. Zieht man die Linie Ik und FG, so entstehen wieder zwei ähnliche Dreiecke. Die Pyramiden HFGA und NIkK sind daher, wegen der Aehnlichkeit der sie begrenzenden Dreiecke ähnlich, weshalb auch das Dreieck IOk dem Dreieck GFH und der Winkel IOk = GFH ist, folglich ist FG mit kN parallel. Es ist aber Ik das Bild der auf BC winkelrecht stehenden Linie IK.

Da man auf jeden beliebigen Punkt in den Grundebenen diesen Satz anwenden kann, so hat obiger Satz allgemeine Gültigkeit.

Regeln für das Auftragen und Messen der Winkel.

§. 13.

Um Winkel, deren Schenkel in horizontalen, also gegen die Projectionsfläche rechtwinklig, stehenden Ebenen liegen, auftragen oder die Größe der schon gezeichneten bestimmen zu können, theile man den Horizont auf folgende Weise: Man bringe in den ersten Hülfspunkt P der Tafel CBD′C′ (Fig. 5.) den Mittelpunkt eines geometrischen Transporteurs, so daß die Linie pp′ desselben mit dem Horizonte parallel liegt. Durch den Mittelpunkt und die einzelnen Grade desselben, oder von 5° zu 5°, ziehe man Linien bis an den Horizont und bezeichne die Durchschnittspunkte dieser Linien mit demselben, mit den respectiven Graden des Winkelmessers, so daß man in die Mitte bei F die Zahl 90° schreibt,

auf beiden Seiten aber mit den Zahlen 85, 80, 75, 70 u. s. w. so lange fortfährt, als es die Länge des Horizonts gestattet.

Alle Winkel, welche in horizontalen Flächen liegen, können durch Hülfe des so eingetheilten Horizontes aufgetragen, oder die Größe der schon aufgetragenen bestimmt werden. Die Schenkel dieser Winkel können auf der Projectionsfläche eine sehr verschiedene Lage haben. Kann man einen Winkel bestimmen, dessen einer Schenkel mit dem Horizonte parallel ist, oder einen Winkel, dessen beide Schenkel bei gehöriger Verlängerung den Horizont schneiden, so werden auch alle übrigen Winkel, indem sie sich auf einen der beiden vorigen Fälle zurückführen lassen, bestimmt werden können.

Im ersten Falle, wo der eine Schenkel gk des Winkels fgk (Fig. 5.) dem Horizont parallel ist, ziehe man durch den zweiten Theilungspunkt G, parallel mit gf die Linie Gf′, zähle die Grade von 0 über D′ nach f′, so entspricht die Zahl am Punkt f′ dem Maaß des Winkels fgh, im vorliegenden Beispiele 70°.

Man ziehe durch den Punkt K (Fig. 4.) gegen BC die Linie KO, so daß diese dem Bilde gf (Fig. 5.) entspricht; ferner ziehe man Ok; so ist dieses das Bild von OK. Denn es werde durch A die Linie AR parallel der Linie OK gezogen, so schneidet solche den Horizont DE, weil IOK wagerecht ist. Dieses geschehe in R. Die Dreiecke ARF und IOK sind einander ähnlich. Wird GR gezogen, so sind die Pyramiden AFRG und OkIK ähnlich, folglich auch die Dreiecke FRG und IOk und OK mit GR parallel.

Es ist nun zu beweisen, daß der Winkel IOk durch den Winkel RPp gemessen wird. Das Maaß des perspectivischen Winkels IOk ist der Winkel IOK. Es ist

aber $IOK = FRA'$; daher auch FRA das Maaß von IOK. Macht man $FP = FA$, zieht PR und durch P parallel dem Horizonte die Linie Pp; so ist $FRA = FRP$, und $FRP = RPp$; folglich auch $IOK = RPp$. Hat man den Horizont unter der Voraussetzung, P sei erster Hülfspunkt, nach oben angegebenem Verfahren eingetheilt; so wird, wenn man durch den Punkt G die Linie GR parallel Ok zieht, der Winkel pPR das Maaß von kOI sein.

Im zweiten Falle, wo die Schenkel des Winkels auf der Tafel bei gehöriger Verlängerung den Horizont schneiden, ziehe man durch G, parallel den beiden Schenkeln des Winkels, Linien bis an den Horizont. Es wird hier durch ein Verfahren, gleich dem vorhergehenden, bewiesen, daß alsdann die Zahl der Grade, welche von diesen Linien auf dem Horizonte abgeschnitten werden, dem Maaße des Winkels entspricht.

Schneidet einer, oder beide Schenkel des Bildes eines Winkels, bei ihrer Verlängerung die Grundlinie, so kann derselbe leicht durch Hülfe seines Neben- oder Scheitelwinkels bestimmt werden.

§. 14.

Um das Bild eines Winkels, dessen Maaß gegeben, d. h. in Graden, Minuten rc. ausgedrückt ist, aufzutragen, verfahre man wie im vorigen Paragraph gezeigt worden. Ist der eine Schenkel der Grundlinie parallel, und ist der Winkel ein rechter, dann wird sein zweiter Schenkel mit einer, durch den Augenpunkt F und den zweiten Hülfspunkt Q gezogenen Linie FQ parallel sein. Dieses stimmt genau mit der §. 12. gegebenen Regel überein.

Von dem Maaß der Linien.

§. 15.

Die auf der Projectionsfläche befindliche Linie Ik (Fig. 4.) ist nach Obigem das Bild der geometrischen Linie IK, und die wahre Länge dieses Bildes entspricht der Linie IK, daher man IK das Maaß von Ik nennt.

Oben (§. 7. d) ist der Satz aufgestellt, daß die Bilder aller Flächen, welche eine der Tafel parallele Lage haben, so wie die in diesen Flächen liegenden Linien, dem abgebildeten Gegenstande congruent sind.

Ist aber die auf der Projectionsfläche befindliche Linie, welche gemessen werden soll, das Bild von einer Linie, welche zwar in der als horizontal angenommenen Grundebene oder einer ihr parallelen Fläche liegt, aber nicht dem Horizonte parallel ist; so wendet man, um ihr Maaß zu bestimmen, folgendes Verfahren an. Ist gf (Fig. 5.) die auszumessende Linie, so zieht man durch den Punkt g, parallel dem Horizonte, die Linie gk, und durch den zweiten Hülfspunkt G die Linie Gf′, der Linie gf parallel; setzt man auf dem Horizonte die Entfernung des Punktes f′ vom ersten Hülfspunkte P, die Länge f′P von f′ nach t, wo t der Theilungspunkt für die Linie gf heißt; zieht ferner die Linie tG, und mit ihr, durch den Endpunkt der auszumessenden Linie f, die Linie fk parallel, dann ist gk das Maaß von gf.

Denn es ist, da Gf′ parallel gf ist, der Winkel f′Pp′ das Maaß des Winkels fgk (§. 13.). Nimmt man f′t = f′P und setzt den Winkel f′Pp′ = Pf′t = α, so ist in dem gleichschenkligen Dreiecke f′Pt der Winkel f′Pt

$= 90° - \frac{1}{2}\alpha$. Zieht man fk mit tg parallel, so ist f'P^t das Maaß des Winkels gfk; dieser folglich $= 90° - \frac{1}{2}\alpha$; das Maaß des Winkels gkf ist daher $180° - \alpha - (90° - \frac{1}{2}\alpha) = 90° - \frac{1}{2}\alpha$, folglich ist der Winkel gfk $=$ fkg $= 90° - \frac{1}{2}\alpha$, und das Dreieck fgk gleichschenklig, also fg und gk perspectivisch einander gleich. Es ist aber gk, da sie eine der Grundlinie parallele Lage hat, ihrem Gegenstande congruent. Man messe daher gk, um die Größe von gf zu bestimmen.

§. 16.

Das Maaß irgend einer projicirten Linie gilt für jeden Theil derselben.

Man theile gf (Fig. 5.) in zwei gleiche Theile, so läßt sich ebenso wie im vorhergehenden Paragraphen beweisen, daß die Hälfte von gk das Maaß der Hälfte von gf ist; da dieses für jeden andern Theil der Linie gf gleichfalls gilt, so folgt, daß alle gleich großen Theile der Linie gf einerlei Maaß haben.

Anwendung der gegebenen Regeln auf die Entwerfung körperlicher Gestalten.

§. 17.

Bevor man zur Entwerfung des Bildes eines Körpers selbst schreitet, muß die Projectionsebene zum Auftragen derselben vorbereitet werden.

Es sei die Linie E'D' (Fig. 5 u. 6.) der Horizont, C'B' eine derselben parallele Linie, und F der Mittelpunkt, welcher auf dem Horizonte nach Belieben gewählt werden kann. Durch den Punkt F ziehe man recht-

winklig gegen den Horizont E'D' die Linie FP, wähle auf ihr nach Belieben den ersten Hülfspunkt P und mache den Winkel FPH gleich der Abweichung des Auges, welche durch die Umstände vorgeschrieben ist, oder auch nach Willkühr angenommen werden kann. Im Punkte H errichte man gleichfalls lothrecht gegen E'D' die Linie HG, mache HM = FP, und trage an der Linie HM, vom Punkte M aus, den Winkel HMG ab, welcher der Höhe des Auges gleich ist: so wird der Punkt, in welchem der Schenkel GM das Perpendikel HG schneidet, d. i. der Punkt G, der zweite Hülfspunkt der Tafel sein. Trägt man vom Punkte F nach t die Weite FP ab, so ist t der Theilungspunkt für alle rechtwinklig gegen die Tafel stehenden Linien.

§. 18.

Einen Würfel zu zeichnen, dessen eine Seitenfläche der Projectionsebene parallel ist.

Es sei ABCD (Fig. 6.) der in umgekehrter Lage unter die Linie C'B' gezeichnete Grundriß des Würfels. Man ziehe eine Linie ab parallel C'B', und trage ab = bo = AB auf derselben ab. Durch die Punkte a und b ziehe man die Linien ad und bc, parallel der vom zweiten Hülfspunkte G nach dem Mittelpunkte F gezogenen graden Linie GF, und durch den Punkt o die Linie oc, parallel der durch den zweiten Hülfspunkt G und den Theilungspunkt t gezogenen Linie Gt; ferner ziehe man durch den Punkt c die Linie cd parallel der Linie ab: so wird abcd die orthographische Projection der Grundfläche des Würfels ABCD sein. Errichtet man nun in den Punkten a, b, c, d Perpendikel, und schneidet auf diesen die Längen aa' = bb' = cc' =

dd' = ab ab, vereinigt darauf die Punkte a', b', c', d' durch grade Linien, so wird man die Projection des Würfels erhalten.

§. 19.

Einen Würfel zu zeichnen, dessen Seitenflächen unter Winkeln von 45° gegen die Tafel geneigt sind.

Das Quadrat EF'GH (Fig. 7.) sei wieder der in umgekehrter Lage gezeichnete Grundriß. Man ziehe die Linie pr parallel dem Horizonte, und fälle von den Punkten H, G, F' Perpendikel auf dieselbe; durch die Fußpunkte dieser Perpendikel p, e, g ziehe man die Linien ph, eg, gf, auf diesen werden dann die Bilder der Punkte H, G, F' befindlich sein. Um sie zu bestimmen, mache man pe = p'H, er = EG und gr = g'F, ziehe durch e und r die Linien eh und rg parallel Gt, so sind die Durchschnittspunkte dieser Linien, mit den Linien ph, eg und gf, die Punkte h, g, f, die Projectionen der Punkte H, G, F'. Vereinigt man diese durch grade Linien, errichtet in den Eckpunkten e, f, g, h der dadurch entstandenen Figur efgh Perpendikel, schneidet auf diesen die Längen ee', ff', gg', hh', deren jede gleich der Seite des Würfels ist, ab, und vereinigt die Punkte e', f', g', h' durch grade Linien, so wird man in der Figur efghe'f'g'h' die Projection eines Würfels, welcher die angegebene Lage gegen die Projectionsfläche hat, erhalten.

Anmerkung. Obgleich die Construction durch Hülfe des perspectivischen Winkelmessers leichter und schneller von Statten geht, so ist doch die Methode, nach welcher ein Körper durch Hülfe eines, in umgekehrter Lage unter die Linie B'C' gezeichneten, Grundrisses entworfen wird, ge-

bräuchlicher. Vermuthlich ist dieses daher gekommen, daß man sich gescheut hat, für jeden zu entwerfenden Körper den Horizont aufs neue zu theilen, und die dabei sonst noch zur Vorbereitung der Projectionsebene nöthige Constructionen jedesmal vom Anfange zu wiederholen.

§. 20.

Ein grades, geschoben-vierseitiges Prisma zu entwerfen.

Der Grundriß desselben sei ABCD (Fig. 8. Taf. II). Man mache a″b = qA und bp = BD, ziehe durch die Punkte a″, b, c″ die Linien a″a, bd, c″c parallel der vom zweiten Hülfspunkt nach dem Mittelpunkt der Tafel F gezogenen Linie FG, und durch b und p die Linien ba und pd, parallel der vom zweiten Hülfspunkte nach dem Theilungspunkte gezogenen Linie, vereinige die Punkte a, b, c, d durch grade Linien, und errichte in ihnen senkrechte Linien aa′, bb′, cc′, dd′. Macht man alle diese gleich der Länge einer Seite des gegebenen Prisma, und vereinigt die Punkte a′, b′, c′, d′, so ist abcda′b′c′d′ die Projection des gegebenen Prisma.

§. 21.

Ein schiefes und geschobenes vierseitiges Prisma zu entwerfen, unter der Voraussetzung, daß die Seitenkanten desselben vertical sind.

Hält man das Prisma in solcher Stellung, daß seine Seitenkanten vertical sind, so wird die Horizontalprojection ein Rhomboid sein. Ist ABCD (Fig. 8.) die dann entstehende Horizontalprojection, so construire

man aber ihr, nach Anleitung des vorigen Paragraphen, ein gerades, geschoben-vierseitiges Prisma. Dieses als geschehen vorausgesetzt, wird die bezweckte Entwerfung des schiefen Prisma keine Schwierigkeit haben.

Kennt man die Diagonale der Grundfläche bg und den Winkel, den dieselbe mit der Seitenkante bk macht, gbk, so wird sich dg leicht berechnen lassen. Ist diese bekannt, so trage man sie von d nach g, und ziehe durch b und g die Linie bg, theile sie in zwei gleiche Theile, und ziehe durch den Theilungspunkt derselben o, die Linie hf parallel der Grundfläche, so wird diese die beiden Seitenlinien des graden geschobenen Prisma aa′ und cc′ in h und f schneiden. Vereinigt man darauf die Punkte b, f, g, h durch grade Linien, macht bk = fl = gm = hi gleich den Seiten des schiefen geschoben-vierseitigen Prisma, und verbindet die Punkte k, l, m, i durch grade Linien, so ist bfghiklm die geforderte Projection.

§. 22.

Ein regulär-sechsseitiges Prisma zu zeichnen, dessen eine Seitenfläche der Tafel parallel ist.

Ist ABCDEF (Fig. 9.) der in umgekehrter Lage unter der Grundlinie a″d″ gezeichnete Grundriß desselben, so ziehe man von allen Eckpunkten dieser Figur gegen die Linie a″d″ Perpendikel. Durch die Fußpunkte dieser Perpendikel, a″, b, c, d″, ziehe man, parallel der vom zweiten Hülfspunkt nach dem Mittelpunkte der Tafel gezogenen Linie GF, die Linien a″a, bf, ce und d″d, mache durch Anwendung des, aus den vorhergehenden Paragraphen, schon bekannten Verfahrens

a''a $\equiv$ a'''A *); bf $\equiv$ BF; ce $\equiv$ CE und d''d $\equiv$ d'''D.

Verbindet man die Punkte a, b, c, d, f, g durch grade Linien, so erhält man die Projection der Grundfläche des Prisma. Errichtet man in den Eckpunkten derselben Perpendikel, schneidet auf diesen die unter einander gleichen Theile aa', bb', cc' u. s. w. ab, welche der Höhe des Prisma entsprechen, und vereinigt die Endpuncte derselben gleichfalls durch Linien, so wird man die Projection des sechsseitigen Prisma erhalten.

Das in der folgenden Figur (Fig. 10.) dargestellte, regelmäßig-sechsseitige Prisma, welches dem vorigen gleich und nur in der Stellung verschieden ist, zu zeichnen, wendet man ein ähnliches, leicht aus der Zeichnung zu ersehendes Verfahren an.

*) Das Zeichen $\equiv$ ist hier der Kürze wegen gesetzt, und bedeutet perspectivische Gleichheit, welche nicht mit der geometrischen zu verwechseln ist.

Zweiter Abschnitt.

Von der orthographischen Projection der Krystallformen.

§. 23.

Durch Anwendung der in den vorhergehenden Paragraphen gegebenen Regeln können die Kantennetze der einfachen Körper, als Prismen, Pyramiden u. s. w. leicht entworfen werden; dann aber, durch Hülfe dieser, die verwickeltern Gestalten. — Kann man aus einer Hauptform die Abänderungshauptformen nach irgend einer krystallographischen Methode ableiten, so wird man auch sehr leicht die Fertigkeit erlangen, die verwickeltsten Krystalle, die vorkommen mögen, ohne alle Schwierigkeit zu zeichnen, indem ihre Entwerfung gleichfalls auf die der einfachern Gestalten zurückgeführt werden kann.

Die Lage der Kanten an den zusammengesetztern Formen wird durch die Intersectionslinien der Flächen der einfachen, welche die Combination bilden, bestimmt.

In einzelnen Fällen kann es sehr zur Erleichterung dienen, wenn zuvor, ehe man zur Entwerfung einer Krystallform fortschreitet, die Figuren gezeichnet werden, welche die Intersectionslinien der einer Zone angehörigen Flächen mit der Zonenebene bilden.

§. 24.

Ist die Krystallform auf dazu geeignetem Papiere entworfen, so sind die zu der Entwerfung nöthigen Hülfslinien, welche man übrigens mit einer feinen Zirkelspitze oder Nadel zieht, da es uns auf die Linien meistens weniger, als auf deren Durchschnitte ankommt, überflüssig geworden. Man copiert daher den Entwurf ohne die Hülfslinie, indem man das Original auf die Fläche legt, auf welche der Krystall gezeichnet werden soll, durch Hülfe einer feinen Copiernadel (wozu man mit großem Vortheil eine feine englische Nähnadel, an welche man, um sie bequemer halten zu können, ein Köpfchen von Siegellack gemacht hat, in Anwendung bringen kann), die Eckpuncte des gezeichneten Kantennetzes darauf überträgt, und sie durch die erforderlichen Linien, welche aus freier Hand schwach mit Bleistift gezeichnet werden, verbindet. Zöge man die Linien gleich mit der Reißfeder aus, so würde man der Gefahr ausgesetzt sein, Punkte durch grade Linien zu verbinden, welche keine Kanten zwischen sich haben.

Entwerfung der Gestalten des isometrischen Systems.

(Reguläres, gleichgliedriges, gleichachsiges oder sphäroëdrisches System (Weiß). Tessular-System (Mohs). Tesseral-System, (Naumann.))

§. 25.

Der hohe Grad der Symmetrie, welchen die Gestalten des isometrischen Systems zeigen, erleichtert ihre

Entwerfung sehr, selbst wenn sie einen großen Flächenreichthum zeigen sollten.

Die einfachen und zusammengesetzten Combinationen des isometrischen Systems lassen sich durch Hülfe des regulären Oktaëders und Würfels, die halben Combinationen desselben aber durch Hülfe des Tetraëders leicht entwerfen. Einzelne Combinationen werden sich auch ohne diese leicht zeichnen lassen, wenn die, den an ihnen vorkommenden Flächen zugehörigen Achsenverhältnisse, bekannt sind.

§. 26.

Ein reguläres Oktaëder (Achtflächner (Weiß)) zu zeichnen.

Diese Aufgabe kann auf zweifache Weise gelöst werden. Das erstere, einfachere Verfahren ist folgendes. Man projicire die Grundebene des Oktaëders abcd (Fig. 12.), errichte in ihrem Mittelpunkte C die senkrechte ef, mache Ce = Cf = Cc, und vereinige die Punkte a, b, c, d, e, f durch grade Linien, so wird das Resultat das Kantennetz des verlangten Oktaëders sein. Bei dem zweiten Verfahren entwirft man erst einen Würfel, dessen Kanten den Achsen des Oktaëders gleich sind. Die Achsen des regulären Oktaëders treffen, wenn man sich dasselbe im Verhältniß zum Würfel denkt, in die Mittelpunkte der Flächen desselben, oder die Achsen des Würfels und Oktaëders fallen zusammen. Ist daher AG (Fig. 11.) der projicirte Würfel, so bestimme man durch Diagonalen die Mittelpunkte der Oberflächen desselben, verbinde diese Mittelpunkte a, b, c, d, e, f durch grade Linien, und man wird gleichfalls das Bild des Oktaëders erhalten.

§. 27.

Ein Rhombendodekaëder (Granatoëder (Weiß), einkantiges Tetragonaldodekaëder (Mohs)) zu zeichnen.

Auch hier legen wir den Würfel zum Grunde. Der Würfel bildet, im Verhältniß zum Rhombendodekaëder gedacht, gleichwinklige Abstumpfung der vierkantigen Ecken. Denkt man sich diese so weit abgestumpft, daß die kürzern Diagonalen der Flächen des Rhombendodekaëders mit den Kanten des Würfels, und folglich die Eckpunkte des Würfels mit den sechs dreiflächigen Ecken zusammentreffen, so sind die Rhombendodekaëderflächen gänzlich verschwunden und die übrig gebliebene Gestalt ist ein Würfel.

Ist folglich der Würfel abcdefgh (Fig. 14.) schon gezeichnet, so sind, dem Gesagten zufolge, die Eckpunkte der dreiflächigen Ecken des Rhombendodekaëders in den Ecken des Würfels, und eben so die kürzern Diagonalen der Flächen des Rhombendodekaëders in den Kanten des Würfels gegeben, folglich sind nur noch die Eckpunkte der vierkantigen Ecken selbst zu bestimmen. Verlängert man die drei Achsen des Würfels so, rt, uv, macht darauf sm = sp; rl = rp u. s. w., und verbindet diese neu bestimmten Punkte i, k, l, m, n, o mit den Eckpunkten des Würfels durch grade Linien, so wird das Kantennetz des Rhombendodekaëders entworfen sein.

Das Verhältniß des Rhombendodekaëders zum Würfel gibt noch ein zweites Verfahren an die Hand, die Zeichnung desselben zu entwerfen. Stumpft man die Kanten eines Würfels soweit ab, daß je vier Ab-

stumpfungsflächen in der Mitte einer Würfelfläche eine vierkantige Ecke bilden, so erhält man ein Rhombendodekaëder. Ist AG (Fig. 13.) der Würfel, dessen Kanten abgestumpft sind, so entsprechen die sechs vierkantigen Ecken, des aus der Abstumpfung hervorgegangenen Rhombendodekaëders, den Flächenmitten i, k, l, m, n, o des Würfels AG. Die dreikantigen Ecken des Rhombendodekaëders zu finden, ziehe man in dem umschriebenen Würfel Linien, welche durch je zwei Ecken desselben gehen, theile jede derselben in vier gleiche Theile, und vereinige die erhaltenen Theilungspunkte a, b, c, d, e, f, g, h mit den Punkten i, k, l, m ꝛc. durch die gehörigen graden Linien, so wird gleichfalls das Bild eines Rhombendodekaëders entstehen.

Aus dieser letzten Construction wird man leicht das Verfahren folgern, welches man anwenden muß, eine Combination der Würfel- und Rhombendodekaëderflächen zu zeichnen.

Figur 15. stellt das Rhombendodekaëder ohne die Hülfslinien vor.

Anmerk. 1. Wie oben schon bemerkt, muß die Zeichnung alle Kanten zeigen. Damit sie aber hierdurch nicht verwirrt erscheine, führte Haüy den Gebrauch ein, die vordern Kanten in vollen Linien auszuziehen, und die auf der Rückseite des Krystalls liegenden, dem Auge sich entziehenden Kanten zu punctiren. Dieser Gebrauch ist von den meisten Krystallographen nach ihm angenommen.

Anmerk. 2. Der Würfel, durch dessen Hülfe hier das Rhombendodekaëder gezeichnet werden soll, kann nach Umständen eine andere Lage erhalten. So hat in Fig. 16 und 17. seine Seite eine Neigung von 45° gegen die Projectionsfläche. Hierdurch hat das Rhombendodekaëder eine gefäl-

ligere Gestalt angenommen, und die Lage der Flächen ist deutlicher zu erkennen. Besonders hat man auf die Stellung einer solchen Hülfsfigur zu achten, wenn einzelne Theile eines, einem anisometrischen Systeme angehörigen Krystalls, dem Auge besonders bemerkbar gemacht werden sollen.

§. 28.

Ein Trapezoëder (Leuzitoëder (Weiß), zweikantiges Tetragonal-Ikositetraëder (Mohs), Ikositetraëder oder Vierundzwanzigflächner (Naum.)) zu zeichnen.

Das Trapezoëder erscheint als reine Abänderungs-Hauptform, sowohl vom Octaëder, vom Würfel, als auch vom Rhombendodekaëder. Aber keines der Verhältnisse, in welchem dasselbe zu den genannten drei Körpern steht, gibt uns ein bequemes Mittel an die Hand, dasselbe zu entwerfen: wohl aber die Beachtung der Neigung der Flächen desselben gegen die Achsen der vier transversalen Hauptzonen, oder noch bequemer, durch Beachtung der Verhältnisse, in welchen die Längen der Stücke der Hauptachse stehen, welche vor den gehörig erweitert gedachten Flächen auf denselben abgeschnitten werden.

Die Zeichen der bis jetzt bekannten zwei Arten der Trapezoëder sind:

(Tr. 1.) = 8 AE 2 . 16 BD 2. (Hausm.) 404. (Naum.) (Dieses ist dasjenige, an welchem die Kanten der dreiflächigen Ecken 146° 26′ 33″, die Uebrigen 131° 48′ 36″ messen.)

(Tr. 2.) = 8 AE 3 . 16 BD 3. (Hausm.) 606. (Naum.) (An diesem messen die Kanten 129° 31′ 16″; die Anderen 144° 54′ 11″.)

Es ist nach der Formel für das Trapezoëder der ersten Art: 8AE2.16BD2, das Verhältniß des Sinus zum Cosinus für die Neigung der Flächen AE und BD gegen die Achse wie 2:1; daraus läßt sich leicht ableiten, daß jede derselben die drei beliebig verlängerten Achsen des Oktaëderecks, in welchem sie liegt, wenn wir die Länge einer derselben = 1 setzen, die andern beiden in der Entfernung 4 schneidet. Eben so ist nach der Formel für das Trapezoëder der zweiten Art: 8AE3.16BD3, das Verhältniß Sin:Cos = 3:1; daraus folgt das Verhältniß unter den Achsen = 1:6.

Ist das Verhältniß unter den Achsen bekannt, so sind die Trapezoëder leicht zu entwerfen. Der Einfachheit wegen wollen wir annehmen, das Verhältniß der Achsen sei 1:2; dann verfährt man auf folgende Weise: Man verlängere die drei Achsen des Oktaëders ae, a′e′, cg′ (Fig. 19.) und mache CA‴ = 2Ce′, CB′ = 2Ce, CA = 2cg, CB = 2Ca, CA″ = 2Ca′. Man verbinde c und g mit den Punkten B, B′, A″, A‴ durch grade Linien, und eben so a′ und e′ mit den Punkten A, B, A′, B′; dadurch erhält man in den Ebenen, die man sich durch je zwei der verlängerten Achsen gelegt denken kann, eine Configuration, wie sie in Figur 18. gezeichnet ist. Man ziehe durch den Punkt f″ und A′ (Fig. 19.) die Linie f″A′, durch den Punkt d und A″ die Linie dA″ und durch den Punkt b′ und B′ die Linie b′B′. Der Punkt m, in welchem die drei Linien sich schneiden, wird der Eckpunkt einer dreikantigen Ecke, und die Linien mb′, mf″, md werden die drei, in diesem Punkte sich vereinigenden Kanten des Trapezoëders sein.

Die drei Flächen cdmb′, edmf″, b′mf″a′, welche dem zwischen den Achsen Ca′, Ce, Co liegenden Oktaëdereck angehören, sind also durch obiges Verfahren gezeichnet. Um die übrigen Flächen zu zeichnen, verfahre man auf gleiche Weise.

Figur 20. stellt die Zeichnung eines solchen Trapezoëders dar.

Um die oben angegebenen zwei Arten des Trapezoëders zu entwerfen, verfährt man auf gleiche Weise; nur muß dann das Verhältniß unter den Achsen 1 : 3 oder 1 : 6 gemacht werden.

Das Trapezoëder kann auch auf eine bequeme Weise gezeichnet werden, wenn man dasselbe als eine doppelt achtseitige Pyramide mit zugespitzten Endecken betrachtet. Die Grundkanten desselben bilden das Figur 18. dargestellte Achteck abcdefgh. Man projicire dasselbe nach den gegebenen Regeln und errichte im Mittelpunkt C der Projection acefh (Fig. 19.) eine Verticallinie A″A‴, mache CA″ und CA‴ = 2ca′ (oder um Tr. 1. zu zeichnen, CA″ = cA‴ = 3 ca′, und um Tr. 2. zu zeichnen, CA″ und CA‴ = 6 ca′.), und ziehe von allen Eckpunkten der Grundebene nach A″ und A‴ grade Linien. Die beiden Endpunkte der so erhaltenen achtseitigen Pyramiden spitze man so zu, daß die Zuspitzungsflächen, welche gegen die abwechselnden Seitenkanten gesetzt werden müssen, in den Punkten e und a, welche vom Mittelpunkte c um ca′ entfernt sind, zusammentreffen, und daß sie die beiden andern Achsen in der Entfernung 2 Ca′ (3 Ca′ oder 6 Ca′) schneiden.

§. 29.

Ein Pyramidenoktaëder (oktaëdrisches Trigonal-Ikositetraëder (Mohs), Triakisoktaëder oder Dreimal-achtflächner (Naum.)) zu zeichnen.

Das Zeichen dieser Gestalt ist:

8EA½16.BD½ (Hausm.), 2O (Naum.).

Je drei Flächen dieser Gestalt, bilden flache Pyramiden auf den Oktaëderflächen. Man zeichne zuvörderst ein reguläres Oktaëder und verlängere die drei Achsen desselben. Es seien CA, CB, CB' (Fig. 21.) die drei Achsen eines Oktaëderecks, und AB, AB' und BB' die drei Seiten einer Oktaëderfläche. Man lege über jede Seite eine Fläche, und zwar so, daß die über BB' liegende Fläche die nicht zu dieser Seite gehörige Achse CA in d, die über AB liegende Fläche die verlängerte Achse CB' in e, und die über AB' liegende Fläche die verlängerte Achse CB in g schneidet, wenn in diesem Falle Cg, Cd, Ce = 2CA angenommen sind, so werden die Durchschnittslinien von je zwei dieser drei Flächen Ah, Bh, B'h die Kanten der über der Oktaëderfläche BAB' liegenden drei Flächen BAh, BB'h, AB'h des Pyramidenoktaëders sein. Durch Anwendung eines Verfahrens, welches dem vorhergehenden gleich ist, zeichnet man die über den andern Oktaederflächen liegenden Flächen des Pyramidenoktaëders.

Figur 22. stellt die vollendete Projection des Pyramidenoktaëders vor.

§. 30.

Das Trigonalpolyëder (Herakisoktaëder) oder Sechsmalachtflächner (Weiß), Tetrakontaoktaëder (Mohs)) zu zeichnen.

Diese durch acht und vierzig gleiche, ungleichseitig-dreieckige Flächen gebildete Form läßt sich leichter zeichnen, als man beim ersten Anblick vermuthen dürfte.

Von den Kanten liegen vier und zwanzig paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Oktaëders, vier und zwanzig kürzere paarweise über den Kanten des eingeschriebenen Würfels und vier und zwanzig längere verbinden die Eckpunkte der beiden eingeschriebenen Gestalten. Denkt man sich nun durch die drei Achsen Ebenen gelegt, so fallen in jede derselben acht Kanten des Trigonalpolyëders und bilden ein Achteck.

Das Figur 24. gezeichnete Trigonalpolyëder ist dasjenige, dessen Zeichen

16(AE2 . BD¼) 16(EA½ . DB¼) 16(BB2 . EA¼) (Hausm.), 4O2 (Naum.) ist.

Zwei Flächen desselben, welche in ein Oktaëdereck über eine Kante desselben fallen, schneiden die zu dieser Kante gehörigen Achsen in der Entfernung 1 und 2, die nicht dazu gehörige Achse aber in der Entfernung 4. Hieraus folgt, daß die Kanten in den beiden Verticaldiagonalebenen und in der Horizontalebene Achtecke bilden, wie das Figur 18. gezeichnete. Diese projicire man, wie oben beim Trapezoëder gezeigt wurde, verlängere die sechs Halbachsen und mache jede derselben viermal so groß. Die Flächen in dem Oktaëdereck ABB'

werden gezeichnet, wenn man von h, m, f' zu den Endpunkten der gehörig verlängerten Achsen, welche nicht zu der Kante des Oktaëders gehören, über welcher die beiden Kanten der zu zeichnenden Flächen liegen, grade Linien zieht und den Durchschnittspunkt derselben q mit A, B und E durch gerade Linien verbindet. Auf gleiche Weise entwirft man die in den übrigen Oktaëderecken liegenden Flächen.

§. 31.

Eine Anweisung zur Zeichnung der noch übrigen vollzähligen, halben und Viertelscombinationen des isometrischen Systems zu geben, würde überflüssig sein. Sobald der Charakter derselben bekannt ist, wird sich das anzuwendende Verfahren leicht finden lassen.

Dasselbe ist der Fall mit den zwei- und mehrfachen Combinationen aus den einfachen Gestalten des isometrischen Systems. Der Vollständigkeit wegen soll das zur Zeichnung der zweifachen, vollzähligen Combination der Oktaëder- und Würfelflächen anzuwendende Verfahren hier gezeigt werden.

Bei dieser Combination herrschen entweder die Oktaëderflächen (Fig. 25.), oder die Würfelflächen (Fig. 27.) vor, oder Oktaëder- und Würfelflächen haben gleich vollständige Ausdehnung (Fig. 26.). Bei der letztern, in der Mitte zwischen dem Oktaëder und Würfel stehenden Form, dem Cubooktaëder, stoßen die Oktaëderflächen in dem Mittelpunkte der Kanten des Würfels zusammen. In diesem Falle wird aus Figur 26. das zur Zeichnung nöthige Verfahren leicht zu ersehen sein. Dasselbe gilt von Figur 27.

Sind bei der Combination der Flächen des Würfels mit denen des Oktaëders letztere vorherrschend, wie in Figur 25., so entwerfe man die beiden einfachen Gestalten so, daß ihre Mittelpunkte und Achsen zusammenfallen, und ziehe auf der Oberfläche des Würfels, durch die Mitten je zweier einander paralleler Kanten, die geraden Linien EF und MI u. s. w. Die Durchschnittspunkte mit den Kanten des Oktaëders BA, BA', BB' und BB'' werden die Punkte a, a', a'', a''' bestimmen, in welchen letztere von der Würfelfläche geschnitten werden, der Theil aa'a''a'''B, welcher außerhalb der Würfelfläche liegt, wird folglich von dieser abgeschnitten und nicht in der Combination erscheinen. Dasselbe ist der Fall mit den noch übrigen fünf Ecken des Oktaëders. Die Figur selbst wird dann sechs Quadrate als Reste des Würfels und acht Sechsecke als Reste der Oktaëderflächen enthalten.

§. 32.

Die drei- und mehrfachen Combinationen werden gezeichnet, indem man den zweifachen Combinationen die Flächen der dritten, und darauf die der vierten u. s. w. hinzufügt. Hierbei läßt sich das Verfahren durch Umstände, die sich bei genauerer Untersuchung der Krystallgestalten darbieten, oft noch vereinfachen.

Entwerfung der Formen des monodimetrischen Systems.

(Viergliedriges System (Weiß). Pyramidales System (Mohs). Tetragonalsystem (Naum.)).

§. 33.

Die Regeln zur Entwerfung der Hauptform dieses Systems, des Quadratoktaëders, der ungleichkantigen, doppelt-achtseitigen Pyramiden und der graden, quadratischen und achtseitigen Prismen, sind im Vorhergehenden vollständig enthalten, so daß nichts weiter darüber bemerkt zu werden braucht.

Da zudem die Mineralsubstanzen, denen dieses Krystallisationssystem eigenthümlich ist, sich nicht durch große Mannigfaltigkeit der Form auszuzeichnen pflegen, so werden folgende Beispiele hinreichen, um das Verfahren, die Combinationen dieses Systems zu entwerfen, daraus zu ersehen.

§. 34.

Die beim Apophyllit vorkommende Combination der Flächen P, A, B (Hausm.), P. ∞P∞. oP (Naum.) (Fig. 33.) zu zeichnen.

Nach den Messungen Hauy's ist der Grundkantenwinkel der Primärform 121° 0′ und der Seitenkantenwinkel 104° 2′, daraus findet man das Verhältniß einer Horizontalachse zur Verticalachse

$$= 1 : \sqrt{1{,}5625} = 1 : 1{,}25.$$

Man projicire ein Quadrat BDEF (Fig. 32.), errichte in dessen Mitte eine Verticale und mache

$$CA = CA' = CB \cdot 1{,}25.$$

Vereinigt man die Punkte B, D, E, F mit A und A' durch grade Linien, so wird das spitze Quadratoktaëder, welches wir als Grundform des Apophyllits betrachten, gezeichnet sein.

Man mache Aa = Aa' und ziehe durch a die Linie bc parallel BE und de parallel DF, vereinige die Punkte, wo diese Linie die Kanten der Grundform schneidet, b, d, c, e durch grade Linien, so wird man die Flächen A, welche die Endecken abstumpfen, erhalten. Die Flächen B, welche die Grundecken abstumpfen, werden gezeichnet, wenn man auf den horizontalen Achsen BE und DF die gleichen Abschnitte Bg, Df, Ei, Fh macht, durch die Punkte g, f, i, h Linien zieht, welche den nicht zu dieser Ecke gehörigen Achsen parallel sind, und die Durchschnittspunkte derselben mit den Kanten durch grade Linien verbindet. Demnach ziehe man durch f die Linie mk parallel AA', nl parallel BE, und vereinige die Punkte k, l, m, n durch grade Linien. Verfährt man eben so an den übrigen Ecken, so erhält man die Fig. 33. gezeichnete Gestalt.

Anmerk. 1. Die Horizontalachse sei = 1; die Hauptachse = a; der Grundkantenwinkel = β; der Seitenkantenwinkel = α; so ist

$$\cos\alpha = \frac{1 - 2a^2}{1 + 2a^2},$$

$$\cos\beta = \frac{-1}{1 + 2a^2}.$$

Hieraus ergeben sich die Formeln, nach welchen man, wenn der Seitenkanten-, oder der Grundkantenwinkel, gegeben ist, das Achsenverhältniß berechnet; nämlich:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha,$$

$$a = \sqrt{\frac{-(1 + \cos \beta)}{(2 \cos \beta)}}$$

Anmerk. 2. Die Zahlenwerthe für die Längen der Achsen, welche ganze Zahlen und Decimalbrüche, oder Decimalbrüche allein sind, werden bequem von einem durch Transversalien eingetheilten Maaßstabe abgenommen.

§. 35.

Die Combination der Flächen P und B (Hausm.), P . ∞ P ∞ (Naum.), (Fig. 35.) des Apophyllits zu zeichnen.

Die Flächen B drängen sich zuweilen so sehr in den Krystall ein, daß derselbe einen prismatischen Typus annimmt und die Primärflächen als gegen die Kanten gesetzte Zuspitzungsflächen dieses Prisma erscheinen, wie dieses Figur 35. zeigt.

Diese Form zu zeichnen, entwerfe man erst die Grundform BDEF (Fig. 34.), verfahre beim Zeichnen der Fläche B genau wie im vorhergehenden Paragraphen, nur daß man die Abschnitte auf den Horizontalachsen Df, Ei u. s. w. größer macht. Diese Abstumpfungsflächen werden sich schneiden und die Durchschnitte derselben ut, xy die Kanten des Prisma sein.

§. 36.

Die Combinationen der Flächen P, B, BB2 (Hausm.), P . ∞P∞ . ∞P2 (Naum.) des Apophyllits zu zeichnen.

Nachdem man, nach Anleitung des vorstehenden Paragraphen, die Combination der Flächen P und B (Fig. 36.) entworfen hat, ziehe man die Intersectionslinien der Flächen B mit den Ebenen der Horizontalzone, ab, bc, cd, da. Im vorliegenden Falle gehen die Flächen B durch die Mitte der Halbachsen und die Intersectionslinien derselben mit der Ebene der Horizontalzone bilden ein Quadrat, dessen Ecken a, b, c, d auf der Mitte der Grundkanten liegen. Die Flächen BB2 werden mehr oder weniger in den Krystall eindringen. Man mache auf den Seiten des Quadrats abcd Abschnitte, größer oder kleiner, je nachdem die Flächen BB2 in den Krystall eingedrungen sind, lege durch die Endpunkte dieser Abschnitte a′, a″, b′, b″ u. s. w. Linien, deren Neigung dem Verhältniß 2:1 entspricht. Zieht man durch die Punkte a′, a″, b′, b″ u. s. w., und eben so durch die Punkte e, f, g, h, Linien parallel der Hauptachse, so sind dieses Kanten der Figur, welche man zu zeichnen beabsichtigt. Es ist jetzt nur noch die Länge derselben zu bestimmen. Die Länge der durch die Punkte a′, a″, b′, b″ u. s. w. gezogenen Linien, wird durch die Durchschnittspunkte derselben mit den die Flächen B begrenzenden Linien qa, qb, pa, pb, ra, sa u. s. w., also durch die Punkte l, m, i, k u. s. w. bestimmt. Die Endpunkte der durch e, f, g, h gehenden Linien sind die Durchschnittspunkte derselben

mit den durch A und A' nach a, b, c, d gezogenen graden Linien, also n, o, t, u u. s. w.

§. 37.

Die Combination der Flächen P, A, B, D (Hausm.) (P.oP.∞P∞.P∞ (Naum.)) des Honigsteins zu zeichnen.

Der Grundkantenwinkel der Grundform des Honigsteins ist nach den Messungen Kuppfer's 93° 6', der Seitenkantenwinkel 118° 13'; daraus ergiebt sich die Länge der Hauptachse = 0,746, wenn die längern Horizontalachsen = 1 gesetzt werden.

Man entwerfe das Quadrat BDEF (fig. 30.), errichte in dessen Mitte die Verticale AA' und mache CA = CA' = CB . 0,746, ziehe von den Punkten B, D, E, F nach A und A' gerade Linien, so wird die entstehende Figur die Grundform des Honigsteins sein.

Diese als gezeichnet vorausgesetzt, erhält man die eben bezeichnete Combination durch folgendes Verfahren. Die Flächen A und A' werden gezeichnet, wenn man auf der Hauptachse die Längen Aa und Aa' (Fig. 31.) abschneidet, durch die Punkte a und a' die beiden Linien bd und ec, b'd' und e'c' zieht, welche beziehungsweise den beiden Horizontalachsen parallel sein mögen. Diese werden die Kanten in den Punkten b, c, d, e und b', c', d', e' schneiden. Vereinigt man diese Punkte durch gerade Linien, so erhält man die Flächen A und A'. Die Flächen B werden durch ein gleiches Verfahren gefunden; man nehme auf den Horizontal-

achsen gleiche Abschnitte und ziehe durch den Theilungspunkt f die Linie gi parallel AA′ und kh parallel BE, vereinige die Punkte, in welchen diese beiden Linien die respectiven Kanten schneiden, k, i, h, g, durch grade Linien, so erhält man die Fläche B. Die übrigen Flächen B zeichnet man auf gleiche Weise. Es ist jetzt noch übrig, die Flächen D, welche die Seitenkanten abstumpfen, hinzuzufügen. Die Flächen A erhalten durch das Hinzukommen dieser Flächen eine achteckige, und die Flächen B eine sechseckige Figur. Man ziehe rs und durch die Punkte r und s die Linie rt und su, so werden dieses die aus dem Zusammenstoßen der Flächen D und P gebildeten Kanten sein. Zieht man darauf tu, so ist dies die von der Fläche A und D gebildete Kante. Eben so zeichnet man die übrigen Flächen D.

Entwerfung der dem trimetrischen Krystallisationssystem angehörigen Formen.

(Zwei- und zweigliedriges System (Weiß), prismatisches System (Mohs), rhombisches System (Naum.).

§. 38.

Wenn man die gehörige Fertigkeit erlangt hat, die Formen des isometrischen und monodimetrischen Systems zu entwerfen, so werden sich auch die so höchst mannigfaltigen Gestalten des trimetrischen Systems leicht zeichnen lassen. Das Verfahren wird nur mühsamer, indem Gestalten mit einem großen Flächenreichthum

vorkommen, von welchen zum Theil sich nur je zwei entsprechen, andere hingegen ganz isolirt auftreten.

Die Krystalle von prismatischem, linearem oder lamellarem Typus, welchen durch Verlängerung oder Verkürzung in der einen oder andern Achse bewirkt ist, so wie die vielen beim Feldspath, der Hornblende, dem Augit u. a. vorkommenden asymetrischen Gebilde, können leicht durch Hülfe prismatischer Körper, deren Form sich durch Umstände ergeben wird, gezeichnet werden.

Für manche zu diesem Systeme gehörige Gestalten wird es vortheilhafter sein, dieselben in horizontaler, als in verticaler Projection zu entwerfen, wie dieses durch G. Rose *) durch die verticale Projection der Krystallformen hierher gehöriger Substanzen gezeigt worden ist. Die Regeln für die Verticalprojection sind dieselben; man verändere nur die Stellung des Krystalls, so daß die Hauptachse, welche bisher als vertical stehend angenommen wurde, eine horizontale Lage erhält.

§. 39.

Die bei dem Schwefel vorkommende Combination der Flächen P und AE (Hausm.) (P . ⅓P (Naum.)) zu zeichnen.

Der kleinere Seitenkantenwinkel der Grundform dieser durch symmetrische Gebilde ausgezeichneten Substanz beträgt, nach den Messungen Kuppfer's, 84° 58′, der größere 106°16′, der Grundkantenwinkel 143°

*) Vergl. dessen Abhandlung über den Feldspath, Albit, Labrador und Anorthit in Gilbert's Annalen. 1823 (13. Bd. 2 St. S. 174.).

24′. Daraus ergibt sich, daß die Achsen in dem Verhältniß

2,3435 : 1,227 : 1

stehen.

Man entwirft die Grundform, indem man Figur 37., FD = 1, BE = 1,227 und AA′ = 2,3435 macht.

Um die Flächen AE, welche die Endecken zuspitzen, zu zeichnen, verlängere man die horizontalen Halbachsen und mache jede derselben dreimal so groß, wie die der Grundform, ziehe von A und A′, nach den Endpunkten derselben, die Linien Af, Ag, AM, AM′, A′f u. s. w., durch die Punkte a und a′, parallel diesen Linien, ad, ac, ab, ae, a′f′ u. s. w., so bestimmen die Durchschnittspunkte je zweier der letztern mit den Seitenkanten derselben b, c, d, e, b′, c die von den primären und Zuspitzungsflächen gebildeten Eckpunkte, welche man, um die Zeichnung zu vollenden, durch gerade Linien verbindet.

Anmerk. Es sei die Hauptachse = a; die längere Nebenachse (B) = b; die kürzere Nebenachse (B′) = 1. Ferner sei der Grundkantenwinkel = α; der größere Seitenkantenwinkel = β; der kleinere Seitenkantenwinkel = γ: so berechnet man die Längen der Achsen durch folgende Formeln:

$$a = \sqrt{\left(\frac{1 + \cos\gamma}{1 + \cos\alpha}\right)};$$

$$b = \sqrt{\left(\frac{1 + \cos\gamma}{1 + \cos\beta}\right)}.$$

§. 40.

Die gleichfalls beim Schwefel vorkommende Combination der Flächen P und D (Hausm.) (P.P∞ (Naum.)) zu entwerfen.

Nachdem man die Grundform ABDEFA′ (Fig. 38.) entworfen hat, mache man auf der längern Horizontalachse zwei gleichgroße Abschnitte Bp und Eo, ziehe durch o und p, parallel der kürzern Horizontalachse, die Linien gh und ik; durch die Punkte g, h, i, k, in welchen diese die Grundkanten schneiden, ziehe man parallel den Seitenkanten AB, AE u. s. w. die Linien gn, ho, gl, il u. s. w., verbinde die Punkte n und o und eben so l und m durch grade Linien, so erhält man die bezeichnete Combination.

Zeichnung der Gestalten des monotrimetrischen Systems.

(Sechsgliedriges System (Weiß), rhomboëdrisches System (Mohs), Hexagonal-System (Naum.))

§. 41.

Die Formen des monotrimetrischen Krystallisationssystems zeigen entweder den Typus der Bipyramidaldodekaëder, oder sie entsprechen mehr einer rhomboëdrischen Grundform. Eben so wie man durch Zurückführung ihrer Gestalt auf eine dieser beiden Grundformen in den Stand gesetzt wird, ihren Charakter leicht und richtig aufzufassen, werden sich dadurch auch Mittel darbieten, dieselben bequem und mit Leichtigkeit zu zeichnen.

Die diesem Systeme angehörigen Prismen, Bipyramidaldodekaëder und Rhomboëder können leicht durch Hülfe eines regulär-sechsseitigen Prisma gezeichnet werden; die Entwerfung des letztern kann hier aber als aus dem Obigen bekannt vorausgesetzt werden. Die zur Entwerfung des Figur 45. dargestellten Prisma, welches als durch gleichwinklige Abstumpfung der Seitenkanten des sechsseitigen entstanden angesehen werden kann, angewandte Methode wird sich daraus leicht folgern lassen.

§. 42.

Ein Bipyramidaldodekaëder zu zeichnen.

Man entwerfe ein reguläres Sechseck bcdefg (Fig. 46.), und ziehe durch den Mittelpunkt desselben, senkrecht gegen die Ebene, in welcher das Sechseck liegt, die Linie AA′. Auf dieser mache man CA = CA′ und ziehe von A und A′ nach allen Eckpunkten des Sechsecks bcdefg grade Linien, so werden dieses sämmtliche Seitenkanten des Bipyramidaldodekaëders und folglich dasselbe vollendet sein. Im vorliegenden Falle, wo CA > Ce ist, entsteht ein spitzes Bipyramidaldodekaëder, nimmt man CA″ < Ce an, so erhält man ein stumpfes. Die Länge der Verticalachse ist im vorliegenden Falle unbestimmt angenommen; soll aber das Bipyramidaldodekaëder die Grundform des Quarzes oder einer andern Substanz vorstellen, so wird das Verhältniß der Horizontalachse zur Verticalachse bestimmt, den Grundkantenwinkeln entsprechend, anzunehmen sein.

§. 43.

Ein Bipyramidaldodekaëder mit abgestumpften Grundkanten zu zeichnen.

Man entwerfe ein regulär-sechsseitiges Prisma bdgb'd'g' (Fig. 47.), ziehe durch die Mittelpunkte der Endflächen M und N die Linie AA', welche die Verticalachse sein wird, und mache sowohl das Verhältniß b'M : MA als auch bN : NA' dem Achsenverhältniß entsprechend, welches der Grundform der zu zeichnenden Substanz angehört.

§. 44.

Ein Rhomboëder zu zeichnen.

Da die horizontale Projection desselben ein regelmäßiges Sechseck ist, so entwerfe man nach Anleitung des §. 42. ein regulär-sechsseitiges Prisma (Fig. 48.), theile jede Seitenkante in drei gleiche Theile, nehme ein Drittel der Länge dieser Seitenkanten, abwechselnd von der obern und untern Grundfläche an gerechnet, und vereinige die so bestimmten Punkte b, c, d, e, f, g unter einander und mit den Mittelpunkten der Sechsecke A und A' durch grade Linien, so erhält man das Rhomboëder Fig. 49.

Anmerkung. Soll die entworfene Figur eine richtige Vorstellung von einem bestimmten Rhomboëder geben, so müssen alle Theile desselben in gehörigem Verhältniß unter einander stehen. Dieses ist von der Höhe des Prisma, durch dessen Hülfe das Rhomboëder gezeichnet werden soll, abhängig.

Ist irgend ein Element am Rhomboëder bestimmt, so können daraus alle übrigen, an demselben vorkommenden Größen, folglich auch die Länge der Achse, womit dann die Höhe des Prisma übereinstimmt, berechnet werden. Bei diesen Berechnungen wird es sehr vortheilhaft sein, die Seite, oder was hiermit übereinstimmt, eine aus dem Mittelpunkte nach einem Eckpunkte der horizontalen Projection des Rhomboëders, welche die Grundfläche des sechsseitigen Prisma vorstellt, gezogene grade Linie = 1 zu setzen.

Die Stücke, welche man gewöhnlich zur geometrischen Bestimmung des Rhomboëders angibt, sind folgende:

1) der ebene Winkel an den Endecken, oder
2) die Größe und Lage eines Neigungswinkels der Flächen, oder
3) das Verhältniß der Hauptachse zu einer der drei Randachsen, oder
4) das Verhältniß zwischen der Horizontal- und Verticaldiagonale der Flächen einer Raute, oder
5) die Länge der Hauptachse, unter Voraussetzung, daß eine Seite der Projection = 1 ist.

Im ersten Falle, wo der ebene Winkel an den Endecken = α gegeben ist, ist die Länge der Hauptachse, die wir durch a bezeichnen wollen:

$$a = \sqrt{\frac{(1 + 2 \cos \alpha)\, 9}{(1 - \cos \alpha)\, 2}}.$$

Ist der Neigungswinkel zweier, eine Seitenkante (Polkante) bildenden Flächen gegeben, und bezeichnet man ihn durch x, so ist:

$$a = \sqrt{\frac{(1 + \cos x)\, 9}{(1 - 2 \cos x)\, 2}}.$$

Kennt man das Verhältniß der Diagonalen einer Raute, so ist, wenn eine Seite der Horizontalprojection

$= 1$ gesetzt, die Verticalbiagonale mit 2p, und die Horizontalbiagonale mit 2g bezeichnet wird:

$$2g = \sqrt{3}; \qquad g = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ und}$$

$$a = \sqrt{(9p^2 - 3g^2)} = \tfrac{3}{2}\sqrt{(4p^2 - 1)}.$$

Diese Gleichungen, welche den Zusammenhang unter den Diagonalen, den Kanten, der Achse, den Neigungswinkeln je zweier Flächen, und der Achse des Rhomboëders darstellen, werden auf folgende Weise abgeleitet.

Die Diagonalen FF′ und AF‴ der Raute AFF‴F′ (Fig. 58.) hälften sich gegenseitig und stehen senkrecht auf einander. Setzt man FF′ = 2g und AF‴ = 2p, so ist FH = HF′ = g und AH = HF″ = p. Da AHF′ ein rechter Winkel ist, so ist die Kante des Rhomboëders AF′, welche wir durch m bezeichnen wollen:

$$m = \sqrt{g^2 + p^2}.$$

Die Diagonalen der Raute hälften die Winkel derselben. Es ist demnach, wenn FAF′ $= \alpha$,

$$FAF''' = F'''AF' = \tfrac{1}{2}\, FAF' = \tfrac{1}{2}\alpha;$$

$$\text{folgl. Tang } \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{g}{p}.$$

$$\text{Sin } \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{g}{\sqrt{(g^2 + p^2)}},$$

$$\text{Cos } \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{p}{\sqrt{(g^2 + p^2)}}.$$

$$\text{Sin } \alpha = 2 \text{ Sin } \tfrac{1}{2}\alpha \text{ Cos } \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{2gp}{p^2 + g^2};$$

(1) $$\text{Cos } \alpha = 1 - 2 \text{ Sin } \tfrac{1}{2}\alpha^2 = \frac{p^2 - g^2}{p^2 + g^2}.$$

Bezeichnet man den Neigungswinkel zweier Flächen durch x, so ist:

$$\text{Sin}\, {}^1\!/_2 x = \frac{\sin {}^1\!/_2 \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{2 \cos {}^1\!/_2 \alpha} =$$

$$= \frac{\sqrt{(p^2 + g^2)}}{2p}.$$

(2) $$\text{Cos}\; x = 1 - 2 (\sin {}^1\!/_2 x)^2 = \frac{p^2 - g^2}{2p^2}.$$

Ferner $\text{Cos}\, F'''A'F'' = \dfrac{\cos \alpha}{\cos {}^1\!/_2 \alpha} = \dfrac{p^2 - g^2}{p\sqrt{(p^2 + g^2)}}.$

$$\text{Sin}\; F'''A'F'' = \frac{\sqrt{(3p^2g^2 - g^4)}}{p\sqrt{(p^2 + g^2)}}.$$

$$\text{Tang}\; F'''A'F'' = \frac{\sqrt{(3p^2g^2 - g^4)}}{p^2 - g^2}.$$

Es ist $\cos A'F''A = - \cos F'''A'F''$; folglich

$$AA' = a = \sqrt{[(F''A)^2 + (A'F'')^2 +}$$
$$\overline{+ 2A'F''.AF'' \cos F'''A'F'']},$$

(3) $$a = \sqrt{(9p^2 - 3g^2)}.$$

Diese Werthe stimmen mit den von Hauy (Traité de Cristallographie T. II.) gegebenen überein. Aus ihnen lassen sich die Werthe, welche Herr Prof. Mohs (Grundriß der Mineralogie 1. Thl. p. 59.) für cos x und cos α angegeben hat, leicht ableiten.

Es sei AF'''A'F'' (Fig. 59.) die geometrische Zeichnung des mit den gleichen Buchstaben bezeichneten Schnittes im Rhomboëder. Zieht man von F''' und F'' senkrecht auf die Linie PQ, welche in der Ebene des Schnittes AF'''A'F'' senkrecht gegen die Achse AA' gelegt ist, die Perpendikel F'''P und F''Q, und senkrecht gegen die Achse die Linien F'''O, F''I, so ist bekanntlich

$$A'O = OI = AI = {}^1\!/_3 AA' = {}^1\!/_3 a.$$

Setzt man A'Q = A'P = 1, so ist

$$2g = \sqrt{3}$$

und $AF'' = 2p = \sqrt{(1 + \frac{4}{9}a^2)}$,

und nach dieser Voraussetzung

$$(4) \qquad a = \tfrac{3}{2}\sqrt{(4p^2 - 1)}.$$

Setzt man diese Werthe für g und p in die obigen Ausdrücke (1) und (2), so erhält man:

$$\cos\alpha = \frac{2a^2 - 9}{2(a^2 + 9)}.$$

$$\cos x = \frac{2a^2 - 9}{4a^2 + 9}.$$

Daraus findet man dann:

$$a = \sqrt{\frac{9(1 + 2\cos\alpha)}{2(1 - \cos\alpha)}},$$

$$a = \sqrt{\frac{9\,(1 + \cos x)}{2\,(1 - 2\cos x)}}$$

§. 45.

Die beim Kalkspath vorkommende Combination der Flächen KG3 (Hausm.), (R^3 (Naum.)), welche das Figur 50. dargestellte Bipyramoid bilden, zu zeichnen.

(Hauy's Chaux carbonatée metastatique. Traité de Min. II. p. 134.)

Aus der genauern Untersuchung dieser Form ergibt sich, daß die Länge der Hauptachse derselben gleich der dreifachen Länge der Achse des primären Rhomboëders ist, und daß die Grundkanten dieser Combination mit den Grundkanten der Primärform zusammenfallen. Man zeichne daher die Grundform des Kalkspaths AbcdefgA'

(Fig. 51.) und mache AA″ = A′A‴ = AA′, vereinige hierauf die Punkte A″ und A‴ mit b, c, d, e, f, g durch grade Linien, so sind dieses die Seitenkanten des Bipyramoids.

§. 46.

Das beim Kalkspath vorkommende sekundäre Rhomboëder, dessen Zeichen 6FA¼ (Hausm.), (— 2R. (Naum.)) ist, zu entwerfen.

(Haüy's Chaux carbonatée inverse. Traité de Min. II. p. 133.)

Die Achse dieses Rhomboëders ist das Dreifache der Grundform und die Seitenkanten sind parallel den Diagonalen derselben.

Man entwerfe die Grundform des Kalkspaths AbcdefgA′ (Fig. 53.), verlängere die Achse desselben und mache AA″ = A′A‴ = AA′. Aus A″ ziehe man parallel den Diagonalen der Flächen der Grundform Ad, Ab, Af die Linien A″E, A″C, A″G, und durch A‴ und die untern Eckpunkte der Grundform b, d, f die Linien A‴E, A‴C, A‴G; die Durchschnittspunkte dieser Linien mit den Linien A″E, A″C, A″G, die Punkte E, C, G werden die oberen Ecken des zu zeichnenden Rhomboëders sein. Eben so verfährt man, um den untern Theil des Krystalls zu zeichnen.

§. 47.

Das durch die Flächen G gebildete secundäre Rhomboëder des Kalkspaths (Fig. 55.), dessen Zeichen 6G (Hausm.), (— ½R. (Naum.)) ist, zu zeichnen.

(Haüy's Chaux carbonatée équiaxe. Traité de Min. II. p. 133.)

Dieses secundäre Rhomboëder besitzt die Eigenthümlichkeit, daß, wenn die Länge seiner Hauptachse mit der Länge der Hauptachse der Grundform übereinstimmt, die Normaldiagonalen seiner Flächen die doppelte Länge der Kantenlinie des Grundrhomboëders besitzen, und daß die Länge seiner Horizontaldiagonalen das Doppelte der Horizontaldiagonalen der primären Flächen ist. Man entwerfe daher, um das bezeichnete Rhomboëder bildlich darzustellen, die Grundform, und verlängere die Seitenkanten derselben, so daß (Fig. 54.) AB = 2Ag; AD = 2Ac; AF = 2Ae; A'E = 2Ad; A'G = 2A'f; A'C = 2A'b. Hierdurch erhält man sämmtliche Normaldiagonalen (geneigte Diagonalen); wenn man dann die Punkte D, B und F mit A', durch die Linien DA', BA', FA', und E, C, G mit A durch die Linien EA, CA, GA verbindet: so erhält man in diesen Linien die Seitenkanten des zu zeichnenden Rhomboëders, welchen dann noch, um das Bild zu vollenden, die Grundkanten ED, DC, BC u. s. w. hinzugefügt werden müssen.

§. 48.

Das Bipyramoid des Kalkspaths (12KG3) (Hausm.), dessen Grundecken durch die verticalen Flächen E abgestumpft sind, zu zeichnen.

(Hr. Prof. Naumann bezeichnet diese Figur 57. gezeichnete Gestalt mit $R^3 \infty R$.)

Hierbei wird vorausgesetzt, die Ecken des Bipyramoids (Fig. 50.) seien durch die verticalen Flächen so weit abgestumpft, daß die Abstumpfungsflächen zusammenstoßen. Dieses wird in den Mittelpunkten der Grundkanten des Bipyramoids geschehen.

Um die beschriebene Gestalt zu zeichnen, entwerfe man nach Anleitung des Paragraphen 45. das bezeichnete Bipyramoid, hälfte die Grundkanten bc, cd, de, ef, fg, gb (Fig. 56.), und vereinige die Hälftungspunkte h, i, k, l, m durch grade Linien. Ferner suche man die Mittelpunkte der Linien mh, hi u. s. w., ziehe durch diese Punkte n, o, u. s. w. Linien, welche der Achse parallel sind, verlängere sie, bis die Kanten des Bipyramoids von ihnen geschnitten werden, und vereinige die Durchschnittspunkte mit den Mittelpunkten der Grundkanten des Bipyramoids. Ist also n der Mittelpunkt der Linie mh, so ziehe man vn der Achse parallel, bis sie die Kanten A'b, A''b schneidet, vereinige die Durchschnittspunkte w und v mit den Punkten m und h durch die graden Linien mv, vh, hw, wm, so sind dieses die Grenzlinien der Abstumpfungsfläche. Auf gleiche Weise werden die übrigen Abstumpfungsflächen gezeichnet.

Entwerfung einer Gestalt des trimetrischen Systems mit halber Combination der Flächen.

§. 49.

Das Verfahren, eine halbe Combination zu entwerfen, wollen wir an einer Gestalt zeigen, welche bei dem Augit vorkommt, und zwar an derjenigen, welche durch die Flächen der horizontalen Zone B und E, welche vollzählig vorkommen, und durch die Flächen der transversalen Zone B'D, welche in halber Combination vorhanden sind, gebildet wird. Diese Gestalt des Augits, welche Figur 63 dargestellt wird, nennt Hauy Pyroxène bisunitaire, und bezeichnet sie durch (M 'H' E' 'E).

Die Basiswinkel der Grundform des Augits betragen nach den Messungen Hauy's 87° 42' und 92° 18'. Der Winkel, welcher an der bezeichneten Gestalt von den Kanten eingeschlossen wird, welche die Flächen B und B'D bilden, der Winkel n (Fig. 63.) ist = 117° 58', und die Kante D ist gegen die Hauptachse unter einem Winkel von 53° 57' geneigt. Diese Data reichen hin, die bezeichnete Gestalt zu projiciren.

Es ist ACEG (Fig. 61.) das geometrische Bild der Grundebene, und ABDEFH die horizontale Projection des durch die Flächen B und E gebildeten Prisma. Der perspectivische Entwurf dieser horizontalen Projection ist abdefh (Fig. 62.). Durch alle Eckpunkte, sowie durch den Mittelpunkt derselben, ziehe man senkrechte Linien, so werden die durch die Eckpunkte gezogenen, die verticalen Kanten; die durch den Mittelpunkt k gezogene aber die Verticalachse der zu zeichnenden Ge-

stalt sein. Man schneide auf dieser durch k gezogenen Verticalachse, von der Mitte k aus, zwei gleiche Theile km und kn ab, deren Länge übrigens willkührlich, aber der Gestalt angemessen zu bestimmen ist, ziehe in der durch cg und mn gelegten verticalen Ebene, durch die Punkte m und n die Linien mo und no', welche mit der Achse mn einen Winkel von 53° 57' machen*), so hat man auch die Kante D der Lage nach bestimmt. Zieht man darauf durch die Punkte i und l senkrechte Linien, verlängert diese, bis sie die durch m und o, n und o' gezogenen Linien schneiden, so sind die Durchschnittspunkte p und s, r und q die Endpunkte der Kanten D und diese völlig bestimmt. Die Winkel upt und urt mache man = 117° 58'; dieses geschieht, indem man an der Linie pr von den Punkten p und r, diese als Scheitelpunkte betrachtet, auf beiden Seiten die Hälfte des genannten Winkels abträgt. Die Durchschnittspunkte der Schenkel dieser Winkel mit den durch b und d gezogenen senkrechten Linien, d. i. die Punkte x, a', a'', x', werden dann Eckpunkte des Körpers sein. Die noch übrigen Ecken der Gestalt y, y', z, z', etc. werden bestimmt durch die Intersectionspunkte der Kanten yy', y''y''' mit den Linien, welche durch m, s, q, n den graden ru, rt, pu, pt respective parallel gezogen sind.

---

*) Den Winkel omk ≡ 53° 57' zeichnet man durch Hülfe seiner Tangente. Es ist ok = o'k ≡ tg omk ≡ tg o'nk = 1,373, wenn mk = 1 gesetzt wird; trägt man diese Länge auf beiden Seiten von k auf cg ab, so daß ko = ko' ≡ 1,373, so werden die Winkel omk = o'nk ≡ 53° 57' sein.

Hat man die Combination der Flächen B, E, B'D gezeichnet, so ist es leicht, die Flächen B' hinzuzufügen, wodurch dann die Gestalt hervortritt, welche Hauy Pyroxène triunitaire nennt und durch (M ^{1}H^1 ^{1}G^1 E^1 ^{1}E) bezeichnet. Man mache auf de (Fig. 64.) die Abschnitte ak und el von gleicher Länge, ziehe durch k und l die Linien mm' und nn', parallel der Linie oo', ziehe durch die Punkte m, m', n, n' die Linien pp', qq', rr', ss', bis diese die von den Flächen E und BD gebildeten Kanten schneiden, vereinige dann die Punkte p und q, p' und q', r und s, r' und s' durch grade Linien, so sind pqp'q' und rsr's' die Flächen B'.

Entwerfung einer Gestalt des trimetrischen Systems, welche Abweichungen von den normalen Dimensionsverhältnissen zeigt.

§. 50.

Wir wählen hierzu die beim Schwerspath vorkommende Combination der Flächen B, D, BB'2 (Fig. 43.), welche in der Richtung der Hauptachse verlängert ist.

Es sei FghDon (Fig. 41.) die horizontale und AacA'ab (Fig. 42^a) die verticale Projection der Flächen B, D, BB'2. In Figur 39. sei DhgFno die perspectivische Projection der ersteren und ABA'E' die der zweiten. Man ziehe durch die Punkte b' und e', so wie durch die Eckpunkte D, h, g u. s. w. die senkrechten Linien nn', mm' u. s. w., und durch A, n, m, A', n', m' Linien parallel DF, so werden diese

jene senkrechten schneiden; in diesen Durchschnittspunkten k, l, q u. s. w. erhält man dann die Eckpunkte der zu entwerfenden Gestalt. Figur 43. stellt dieselbe ohne Hülfslinien vor.

Kommen an der bezeichneten Krystallform noch die Flächen BB'4 vor, und sollen sie in der Zeichnung hinzugefügt werden, so zeichnet man die Intersectionslinien, welche dieselben mit der horizontalen Zone machen, in die horizontale Projection (Fig. 41.); ks, gi, pk, qm mögen dieselben vorstellen. Ist dieses geschehen und hat man eine deutliche Vorstellung von der Lage derselben erlangt, so werden sie auch leicht perspectivisch gezeichnet werden können. Darauf ziehe man durch die Punkte m, q, s, b u. s. w. (Fig. 39.) verticale Linien und verlängere diese, bis sie die Kanten rk, kl, lq, rk', k'l u. s. w. schneiden, so wird man die Flächen BB'4 erhalten, wenn man die so eben gefundenen Punkte durch die gehörigen Linien verbindet.

Wollte man noch die Flächen D' in die schon gezeichnete Figur zeichnen, so ist das hierzu nöthige Verfahren aus Figur 40. leicht zu ersehen und kann hier übergangen werden.

Entwerfung zusammengesetzter Krystallisationen.

§. 51.

Aus der Reihe der zusammengesetzten Krystallisationen, welche sowohl in Hinsicht der Anzahl der Individuen, die mit einander verbunden sind, als auch in der verschiedenen Art und Weise der Verbindung eine so

außerordentliche Mannigfaltigkeit zeigen, heben wir zu unserem Zwecke nur einige hervor.

§. 52.

Zuerst entwerfen wir die merkwürdigen Kreuzkrystallisationen des Staurolithes, die aus vier asymmetrischen Krystallindividuen gebildet sind, welche mit ihren transversalen Flächen aneinander schließen. Sie erscheinen, wie es die Figuren 66. und 68. darstellen, als durch die Durchkreuzung zweier Individuen gebildet, deren Achsen sich entweder rechtwinklig, oder unter Winkeln von 120° und 60° schneiden. Die Individuen, welche den Krystall bilden, sind grade sechsseitige Säulen, gebildet durch die Combination der Flächen E, B, A.

Ehe wir zur Entwerfung selbst schreiten, untersuchen wir, wie sich die Durchschnitte der beiden sechsseitigen sich durchkreuzenden Säulen gegen einander verhalten. Wir setzen hier voraus, daß die Säulen einander ähnlich und je zwei ihrer Flächen unter einander parallel sind. Durch die Durchkreuzung der beiden sechsseitigen Prismen (Fig. 68.) entstehen, wie man leicht einsieht, zwölf Durchschnittslinien, diese bilden die beiden sechsseitigen Figuren $B'tuB''sr$ und $B'noB''qp$. Die Seitenlinien jedes dieser Sechsecke liegen in ein und derselben Ebene. Der Beweis hierfür braucht nur in Beziehung auf $B'noB''qp$ geführt zu werden. Nimmt man an, daß sich die beiden Seitenflächen $c\eta c'\eta'$ und $d\zeta d'\zeta'$ auf der einen, und $d\delta d'\delta'$ und $c\gamma c'\gamma'$ auf der andern Seite, so weit erweitern bis sie sich schneiden; geschieht dieses ferner an dem an-

dern Krystallindividuum mit den Flächen gϑg'ϑ' und ixi'x' auf der einen, und gλg'λ' und iνi'ν' auf der andern Seite, so werden sich die sechsseitigen Prismen in vierseitige verwandeln, und die Lage der Seiten wird so sein, wie es Figur 67. zeigt. Denkt man sich gleichfalls die Seitenlinien B'n, B'p, B''o, B''q so weit verlängert, bis sie in den Durchschnittspunkten der Kanten aa', bb', hh', ff', in den Punkten l und m zusammentreffen, so wird aus dem bisherigen Sechsecke B'noB''qp das Viereck B'lB''m. Da nun die Seitenlinien B'l und B''m dieses Vierecks durch die Durchschnittslinie der unter einander parallelen Flächen aca'c' und dbd'b' mit den gleichfalls unter einander parallelen Flächen fgf'g' und hih'i' gebildet werden, so müssen die Durchschnittslinien selbst unter einander parallel sein; durch sie kann man sich eine Fläche gelegt denken, in welcher dann auch die beiden Linien B'm und B''l liegen, daher wird das Viereck B'lB''m und folglich auch das Sechseck B'nbB''qp in ihr liegen.

Bei aufmerksamer Betrachtung der Vierecke B'oB''p und B'lB''m wird man gewahr, daß beide auf einander normal stehen, daher dieses auch bei den Sechsecken B'noBpq und B'taB''sr der Fall ist.

Dieses als bekannt vorausgesetzt, wenden wir uns zur Zeichnung der Gestalt selbst. Durch Hülfe des von Hauy zu 129° 31' angegebenen Basiswinkels, entwerfen wir die Basis BB'B''B''' (Fig. 65ᵃ), und ziehen durch a und b, parallel der kleinen Achse BB', die Linien a'a'' und b'b'', so erhalten wir in B'a'a''B'b''b' den Grundriß der durch die Flächen E und B gebildeten

Prismen. Der Abschnitt Ca ist = CB = ½ CB gemacht, diese Annahme ist aber ganz willkührlich.

Um die rechtwinklige Kreuzkrystallisation (Fig. 66.) zu zeichnen, ziehe man die beiden Achsen der Prismen C′C″ und xx′ (Fig. 65.) rechtwinklig gegen einander und entwerfe die perspectivische Projection von B′a′a″ B″b″b′ (Fig. 65*), sowohl in horizontaler als verticaler Lage. Es ist B′a′a″B″b″a′ (Fig. 65.) die horizontal liegende und B′d′d″B″c″c′ die vertical stehende perspectivische Projection derselben. Durch die Eckpunkte dieser Figuren ziehe man Linien, und zwar so, daß die durch die Eckpunkte der horizontalen parallel der Achse des vertical stehenden Prisma C′C″, die durch die Eckpunkte der verticalen aber parallel der Achse des horizontal liegenden Prisma sind, mache Cx = Cx′ = CC′ = CC″ = der Länge der Achsen der vier Krystallindividuen, welche den zusammengesetzten Krystall bilden, und schneide auf allen Linien, welche diesen Achsen parallel gezogen sind, Längen ab, welche Cx gleich sind, so daß d′s = d″r = B″q . . . = B′k = b′l = b″m . . = Bs′ = ds . . . = Bk′ = a′i′ = Cx ist. Verbindet man dann die Punkte t, s, r . . . am Ende der Achse Cx; k, l, m . . . am Ende der Achse CC′; t′s′r . . . am Ende der Achse Cx′; k′l′m′ . . . am Ende der Achse CC″, und eben so e, e′, f, f′, g, g′, h, h′ unter einander und mit den Punkten B′ und B″ durch die gehörigen graden Linien, so wird das Resultat die zu entwerfende Kreuzkrystallisation sein.

§. 53.

Bei der schiefwinkligen Kreuzkrystallisation (Fig. 68.) schneiden sich, wie bemerkt, die Achsen der Individuen unter 120° und 60°. Ihr Bild zu entwerfen, ziehe man zuvörderst die Linien lm und op rechtwinklig gegen einander und durch C, den Durchschnittspunkt derselben, die beiden Achsen ee' und kk' so, daß sie mit der verticalen Linie op einen Winkel von 30°, mit der horizontalen Linie lm einen Winkel von 60° machen, und entwerfe die durch die Flächen E gebildeten vierseitigen Prismen ghifg'h'i'f' und adbca'd'b'c' (Fig. 67.).

Letzteres geschieht leicht, wenn die Durchschnittsfiguren B'lB''m und B'oB''p bekannt sind. Die Diagonalen B'B'' dieser Figuren sind gleich der kleinen Achse der Basis (Fig. 67ᵃ). Setzt man (Fig. 67ᵃ) BB''' = 1, so ist (Fig. 67.) op = 2 und lm = 1,15; Diesen Verhältnissen entsprechend entwerfe man B'oB''p und B'lB''m, und ziehe durch alle Eckpunkte dieser beiden Figuren Linien, welche den Achsen ee' und kk' parallel sind. Die Längen der Achsen mache man der Länge der Prismen entsprechend, ziehe durch e die Linie ab und durch e' die Linie a'b' rechtwinklig gegen ee', durch k die Linie fh und durch k' die Linie f'h' rechtwinklig gegen kk', durch die Punkte e, e', k, k' aber Linien parallel B'B'', so werden die Durchschnittspunkte aller dieser Linien mit den durch die Eckpunkte der Durchschnittsfiguren der Achse parallel gezogenen Linien, die Endflächen der Prismen sein. Verbindet man sie, so wie die Punkte o, m, p, l mit B' und B'' durch die entsprechenden graden Linien, so ist die

aus den vierseitigen Prismen gebildete Kreuzkrystallisation gezeichnet.

Schneidet man auf ab, fh, a'b', f'h' von e, k, e', k' die Längen $e\alpha$, $e\beta$, $k\iota$, $k\mu$ . . . ab, zieht durch die Punkte α, β, e . . . Linien, welche BB' parallel sind, und verbindet die so gefundenen Punkte γ, γ', μ, μ', δ, δ' . . . durch grade Linien, so wird das Resultat die aus den sechsseitigen Prismen gebildete Kreuzkrystallisation sein, deren Flächen die einspringenden Winkel von 120° und 60° mit einander machen.

§. 54.

Um noch an einem andern Beispiele zu zeigen, welches Verfahren man anwendet, eine zusammengesetzte Krystallisation zu zeichnen, wählen wir die gewöhnliche Zwillingskrystallisation des Harmotoms oder Kreuzsteins, von welcher die Substanz den letzteren Namen erhalten hat. Bei ihr sind fast immer zwei Krystallindividuen so verbunden, daß sie als kreuzförmige Zwillinge von der Gestalt (Fig. 72.) erscheinen.

Das Krystallisationensystem derselben wird von einigen Mineralogen für trimetrisch, von andern für monodimetrisch gehalten. Die durch ihre Streifung unvollkommene Beschaffenheit der Oberfläche hat bis jetzt die Entscheidung erschwert, da die Messungen jedenfalls nur auf kleine Abweichungen von monotrimetrischem Charakter führen können. Berücksichtigt man jedoch das Gesetz der Symmetrie und die physischen Eigenschaften, so scheinen diese für das trimetrische System zu sprechen.

Auf die Zeichnung kann es wenig Einfluß haben, wenn wir zwei Achsen als einander gleich und nur die dritte davon verschieden annehmen. Der Einfachheit wegen setzen wir daher das Verhältniß unter den Horizontalachsen = 1 : 0,672, die Verticalachse aber gleichfalls 1. Diese Annahmen werden den Abmessungen des Krystalles sehr nahe kommen.

Der Zwillingskrystall, welchen wir jetzt zeichnen wollen, wird gebildet durch zwei sich kreuzende Individuen *), welche Combinationen der Flächen P, A, B sind. Wir zeichnen zuvörderst den einen dieser Krystalle, und zwar denjenigen, dessen Hauptachse vertical steht. Diese einzelnen Krystalle sind in der kürzeren Horizontalachse verlängert, daher wir nicht ein Achsenkreuz, sondern die beiden acbd und a'c'b'd' (Fig. 69.), welche um CC' von einander entfernt sind, zeichnen. Man mache bd : ac : CB' = b'd' : a'c' : C'B'', entsprechend den Achsenverhältnissen, ferner schneide man auf ac und a'c', von C und C' aus, die Längen Ce = Cf = C'e' = C'f' und auf den Achsen bd und b'd' die Stücke Ch = Cg = C'h' = C'g', ziehe durch h, g, h', g' Linien parallel ac und B'B'', und durch e, f,

*) Gewöhnlich betrachtet man die Gestalt als aus zwei sich kreuzenden Individuen bestehend, hiernach läßt sie sich auch bequem zeichnen. Daß sich aber nicht zwei Individuen durchkreuzen, sondern an die beiden breitern Flächen (B) des einen, die Stücke eines andern so anschließen, daß, wenn sie ungetheilt vorhanden wären, die breiteren Seiten desselben mit denen des ersten rechte Winkel machen würden (die Flächen A dieses also mit den Flächen B jenes verbunden sind), hat schon Herr von Buch (s. Beobachtungen über den Kreuzstein, Leipzig 1794.) überzeugend dargethan.

e', f' Linien parallel bd und B'B'', bis sie die Linien schneiden, welche die Endpunkte des Achsengerüstes verbinden, vereinige diese durch die gehörigen graden Linien, so erhält man die Zeichnung des einfachen Krystalls (Fig. 70.). (Man erinnere sich an die Entwerfung der Combination der Flächen P und B des Apophyllits.) Dieselbe Construction wiederhole man in Figur 71., mit dem Unterschiede, daß man sich die Verticalachse bd (Fig. 69.) jetzt in horizontaler Lage denkt, und die Größen Ch, Cg, welche auf ihr abgetragen wurden, jetzt (Fig. 71.) auf $\alpha\beta$, die aber, welche (Fig. 69.) auf ac liegen, auf $\gamma\delta$ abträgt. Das Uebrige ist aus Figur 71. ersichtlich, welche deshalb nach einem so großen Maaßstabe angefertigt ist. Das Bild hat, wenn es vollendet ist, das Ansehen von Figur 72.

§. 55.

Ehe man zur Entwerfung eines Krystallbildes schreiten kann, müssen auf der Projectionsebene die erforderlichen Hülfslinien und das Achsenkreuz gezeichnet werden. Soll dieses jedesmal mittelst eines Zirkels und Maaßstabes geschehen, so ist es eine zeitraubende und langweilige Arbeit. Um die Bildfläche schnell, ohne Hülfe jener Instrumente zur Zeichnung vorbereiten zu können, kann man sich eines dazu verfertigten Instruments von weißem, durchsichtigem Horn, welches die Gestalt eines Lineals hat, bedienen. Dasselbe ist etwa 2 bis 3 Zoll breit und 4 bis 6 Zoll lang; auf ihm ist der Horizont, der erste und zweite Hülfspunkt, der Theilungspunkt für die rechtwinklig gegen die Proje-

ctionsebene liegenden Linien und das Achsenkreuz con=struirt. Figur 60. ist die Zeichnung eines solchen In=struments. In den Punkten D, H, F, M, E, G, P, a, b, c, d, e und f sind sehr feine Löcher durch dasselbe gebohrt, durch welche man diese Punkte mittelst einer feinen Copiernadel auf das Papier, auf welchem die Krystallform entworfen werden soll, überträgt.

Für denjenigen, welcher sich viel mit Zeichnung von Krystallbildern zu beschäftigen hat, wird ein solches Instrument von großem Nutzen sein. In Fällen, wo die Projectionen nicht alle so entworfen werden sollen, wie sie aus einem bestimmten Standpunkte betrachtet erscheinen, sondern wo man die Lage des Auges in Be=ziehung auf den darzustellenden Krystall sich ändern läßt, um von den einen mehr die Seitenflächen, von den andern mehr die Endflächen deutlicher hervortreten zu lassen, ist es vortheilhaft, mehrere solcher Instrumente mit verschiedener Höhe und Abweichung des Auges zu besitzen.

Anmerk. Die Lage des ersten und zweiten Hülfspunktes, so wie die Erscheinungsweise des Bildes hängt von der Höhe und Abweichung des Auges ab. Die Abweichung kann zwischen 15° und 30°, die Höhe zwischen 5° und 10° be=liebig gewählt werden, ohne daß die Zeichnung sehr un=natürlich erscheint. Für die in diesem Werke gegebenen Zeichnungen beträgt die Höhe des Auges 9°, die Abwei=chung 15°.

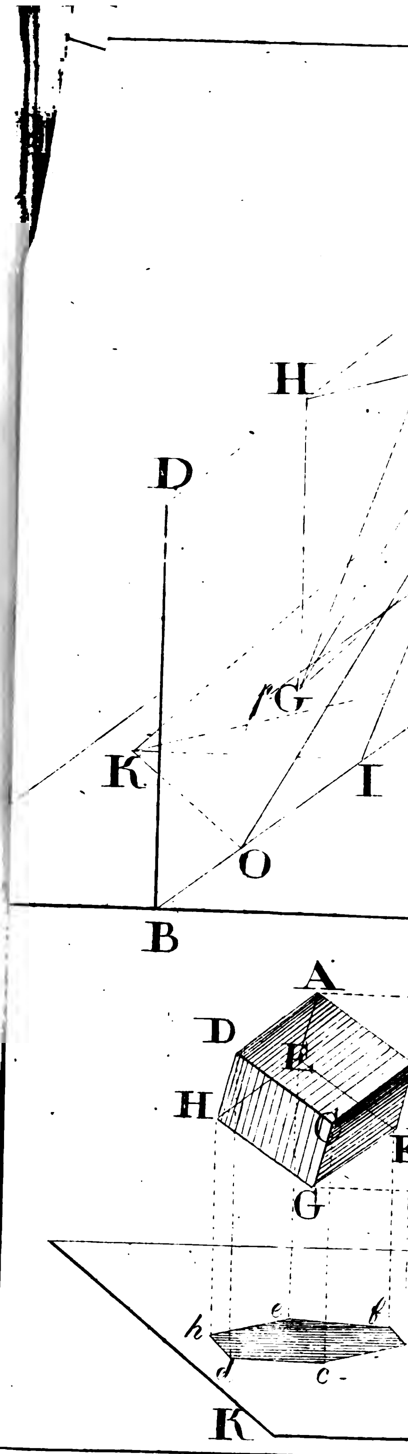
Für den Anfänger wird es sehr zweckgemäß sein, die Höhe und Abweichung des Auges zwischen den gegebenen Grenzen und über sie hinaus verschieben zu wählen und für jede dieser Annahmen einen Würfel zu construiren.

Hierdurch wird derselbe bald bemerken, welchen Einfluß eine verschiedene Annahme der Abweichung und Höhe des Auges auf die Erscheinungsweise des Bildes hat, und demselben so das oben Gesagte (§. 8.) deutlich werden.

Berichtigungen.

Seite 5 St. Einleitung l. Allgemeine Bestimmungen.
— 12, Zeile 5 v. U. l. Grundflächen.
— 4 — l. Seitenflächen.
— 3 — St. den Projectionsflächen l. der Projectionsfläche.
— 14 — 8 u. 9 v. O. St. IOk l. NIk.
— 9 v. O. St. kN. l. Ik.
— 17 — 11 v. U. ist »man« zu streichen.
— 25 — 4 v. O. St. die l. diese.
— 7 — l. Hülfslinien.
— 12 — l. Knöpfchen.
— 36 — 5 — l. Hauptformen.
— 38 — 9 — l. Transversallinien.
— 2 v. U. l. Durchschnittslinien.
— 36 Z. 12, S. 41 Z. 17 u. S. 44 Z. 9 v. U. l. Krystallisationensystem.
— 37 Anmerk. Z. 1 St. Hauptachse l. Hälfte der Hauptachse.
Z. 2 St. β l. α. Z. 3 St. α l. β.

Gedruckt bei Friedrich Ernst Huth.


H
D
G
K
I
O
B
A
D
E
H
C
F
G
h
e
f
d
c
K

